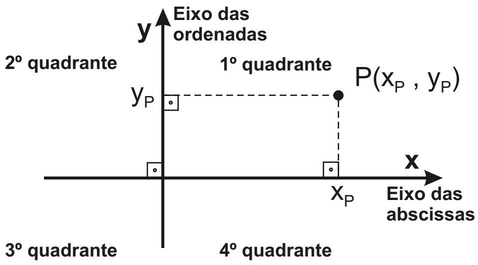
Geometria Analítica

Introdução à Geometria Analítica.

(1ª parte)

I - Localização de pontos no Plano Cartesiano.

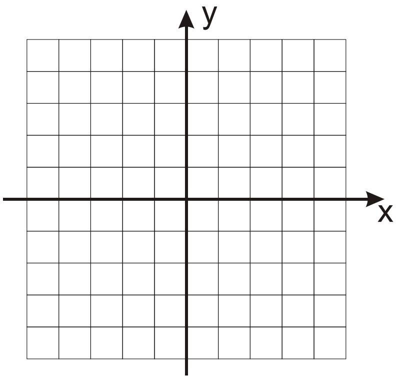


O sistema cartesiano plano é constituído por dois eixos orientados, perpendiculares entre si e permite a localização de qualquer ponto em um plano através de dois valores, x e y, chamados coordenadas do ponto

x_P - abscissa do ponto P.
y_P - ordenada do ponto P.
(x_P , y_P) - coordenadas do ponto P.

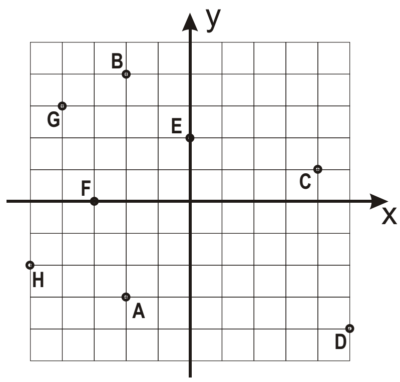
Exercícios

01) Dadas as coordenadas dos pontos A, B, C, D, E, F, G e H, localizar esses pontos no sistema cartesiano plano abaixo.



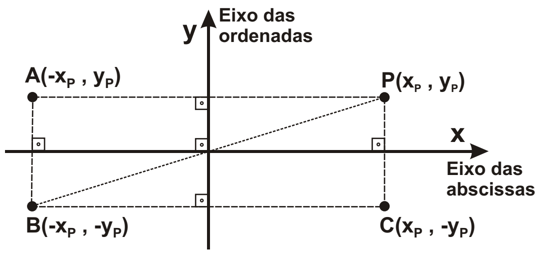
A(-3 , 5)
B(0 , 2)
C(4 , -4)
D(-4 , 0)
E(3 , -5)
F(1 , 1)
G(-2 , -5)
H(0 , 0)

02) Dados os pontos A, B, C, D, E, F, G e H no sistema cartesiano plano, dar as coordenadas de cada ponto.



A(,)
B(,)
C(,)
D(,)
E(,)
F(,)
G(,)
H(,)

II - Simetria de pontos no Plano Cartesiano.

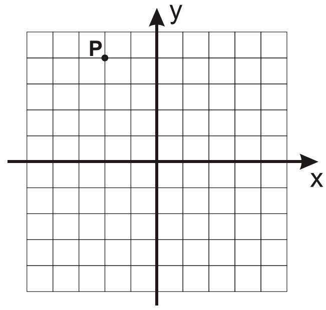


P - ponto qualquer.
A - simétrico de P em relação ao eixo das ordenadas.
B - simétrico de P em relação à origem do sistema cartesiano.
C - simétrico de P em relação ao eixo das abscissas.

Dicas
1) Perguntar sempre "Simétrico em relação a que ?"
2) Fazer um pequeno desenho para estudar simetria.

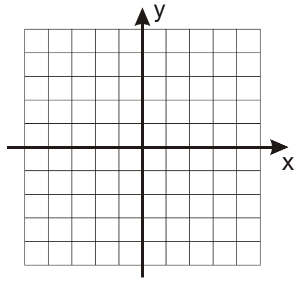
Exercícios

03) No plano cartesiano ao lado, desenhar e determinar as coordenadas dos pontos P, A, B, C e D, definidos abaixo.
a) P.
b) A, simétrico de P em relação ao eixo das ordenadas.
c) B, simétrico de P em relação ao eixo das abscissas.
d) C, simétrico de P em relação à origem do plano cartesiano.
e) D, simétrico de P em relação ao ponto Q(0 , 1).



P(,)
A(,)
B(,)
C(,)
D(,)

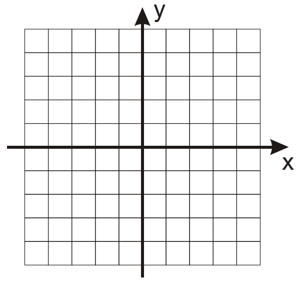
04) Sabendo-se que o ponto A(4 , 1) é o simétrico do ponto B em relação ao eixo das ordenadas e que o ponto C é o simétrico de B em relação ao eixo das abscissas, determinar e desenhar no sistema cartesiano ao lado os ponto B e C.



B(,)

C(,)

05) Sabendo-se que o ponto B(m , -2) é o simétrico de A em relação ao eixo x e que C (3 , n) é o simétrico de A em relação ao eixo das ordenadas, determinar as coordenadas do ponto A e desenhar os pontos A, B e C no plano cartesiano ao lado.

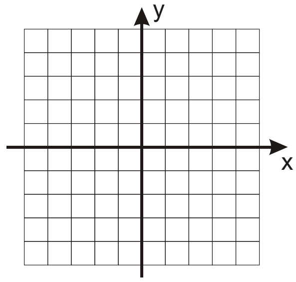


A(,)

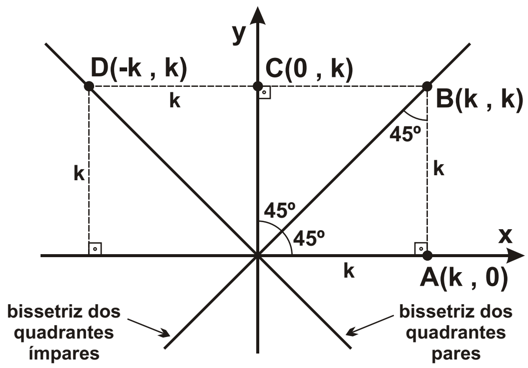
B(,)

C(,)

06) Sendo m e n números inteiros positivos, dizer em qual quadrante se localiza o ponto B, simétrico de A(-m , 2 + n) em relação ao eixo das abscissas.



III - Pontos particulares no Plano Cartesiano.



Se A(k , 0) pertence ao eixo x, então $y_A = 0$.

Se B(k , k) pertence à bissetriz ímpar, então $x_B = y_B$.

Se C(0 , k) pertence ao eixo y, então $x_C = 0$.

Se d(-k , k) pertence à bissetriz par, então $x_D = y_D$.

Exercícios

07) No sistema cartesiano ao lado, considerar cada quadrado unitário e :

a) Localizar os pontos

A(6 , -4) B(-7 , 7) C(0 , -4) D(6 , 2) E(0 , 0)

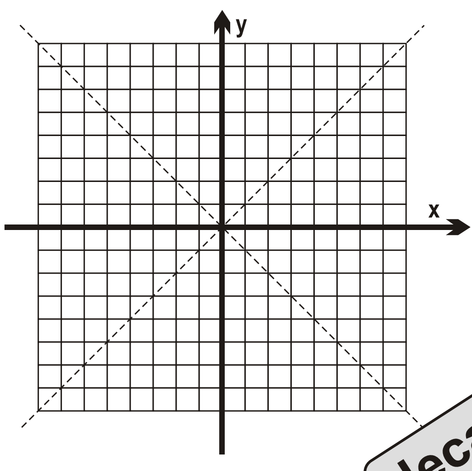
F(-7 , 0) G(-5 , -5) H(4 , -4) I(2 , 2) J(0 , 6)

b) Dizer quais os pontos que pertencem ao eixo das abscissas.

c) Dizer quais os pontos que pertencem ao eixo das ordenadas.

d) Dizer quais os pontos que pertencem à bissetriz ímpar.

e) Dizer quais os pontos que pertencem à bissetriz par.



Jeca

08) Determinar o valor de m sabendo-se que o ponto P(4m , 8) pertence à bissetriz dos quadrantes pares.	09) Determinar o valor de m sabendo-se que o ponto P(m + 7 , 1 - m) pertence à bissetriz dos quadrantes ímpares.
10) Determinar as coordenadas do ponto da bissetriz dos quadrantes ímpares que tem ordenada igual à 5.	11) Determinar as coordenadas do ponto da bissetriz dos quadrantes pares que tem ordenada igual à 5.
12) Determinar em qual quadrante localiza-se o ponto P(-4 , m), sabendo que o ponto Q(2 + 4m , 2m) é um ponto da bissetriz dos quadrantes pares.	13) Determinar em qual quadrante localiza-se o ponto P(3k , -k), sabendo-se que o ponto Q(k + 1 , 2k + 4) é um ponto do eixo das abscissas.
14) Determinar em qual quadrante localiza-se o ponto P(3k , -k), sabendo-se que o ponto Q(k + 1 , 2k + 4) é um ponto do eixo das ordenadas.	15) Sendo o ponto P(k - 4 , t) um ponto do eixo das abscissas, determinar a qual quadrante pertence o ponto Q(5 , t - 2).
16) Sendo P(m , n), determinar o valor de m e de n para que o ponto P pertença ao eixo das ordenadas.	17) Sendo o ponto P(-1 - m , 2m -1) um ponto da bissetriz dos quadrantes pares, determinar a qual quadrante pertence o ponto Q(m , 4).
18) Sendo P(m , n - 2), determinar o valor de m e de n para que o ponto P pertença ao eixo das abscissas.	19) Sendo o ponto P(k + 3 , 7) um ponto do eixo das ordenadas, determinar a qual quadrante pertence o ponto Q(2 - k , k).

Jeca

20) Sendo o ponto P(m , 4 + 3m) um ponto da bissetriz dos quadrantes ímpares, determinar a qual quadrante pertence o ponto Q(-m , 1 + m).

21) Sendo o ponto P(b -3 , a + 2) a origem do sistema cartesiano plano, determinar a qual quadrante pertence o ponto Q(a , b).

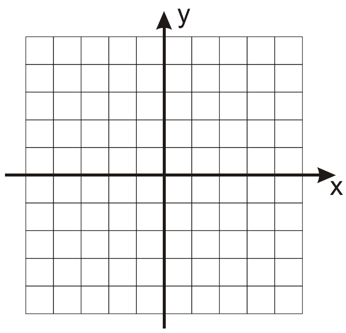
22) Sendo o ponto P(a - 5 , b + 1) um ponto do eixo das abscissas, determinar a qual quadrante pertence o ponto Q(2b , -b).

23) Sendo o ponto P(d - 2 , 4 - d) um ponto da bissetriz dos quadrantes ímpares, determinar a qual quadrante pertence o ponto Q(-8 , d).

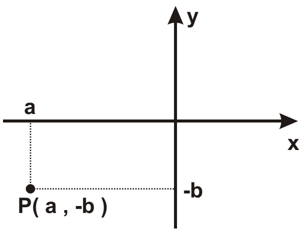
24) Qual deve ser a relação entre a e b para que o ponto P (5 - a , b + 2) seja um ponto da bissetriz par ?

25) Qual deve ser a relação entre a e b para que o ponto P(3a + 1 , b + 2) seja um ponto da bissetriz dos quadrantes ímpares ?

26) Sabendo que o ponto P(k + 4 , 3) é um ponto do eixo y, determinar as coordenadas de um ponto Q, simétrico de R(5 , -k) em relação ao eixo x. (desenhar os pontos P, Q e R no plano cartesiano ao lado.



27) Sendo o ponto P(a , -b) um ponto do 3º quadrante, determinar a qual quadrante pertence cada ponto abaixo.



a) A(a , b)

b) B(-a , b)

c) C(4 , a)

d) D(b , a)

e) E(-b , 3b)

f) F(a.b , a)

g) G(b , 0)

Jeca

IV - Medida algébrica de um segmento.

Dadas as extremidades $A(x_A)$ e $B(x_B)$ de um segmento AB, denomina-se *medida algébrica do segmento AB* o valor

$$\overline{AB} = x_B - x_A$$

Analogamente, tem-se

$$\overline{BA} = x_A - x_B$$

V - Ponto divisor de um segmento.

Dados um segmento AB e um ponto P, com P pertencente à reta AB, diz-se que P é um ponto divisor de AB e divide AB numa razão K.

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = k$$

Exercícios

28) Dados os pontos A(-7 , 8) e B(5 , 2), determinar as coordenadas do ponto P que divide o segmento AB na razão abaixo.

$$\frac{\overline{AP}}{\overline{PB}} = 2$$

29) Dados os pontos A(2 , 12) e B(5 , 0), determinar as coordenadas dos pontos C e D que dividem o segmento AB em três partes de mesma medidas.

30) Dados os pontos A(1 , 2) e B(3 , -1), determinar as coordenadas do ponto P, pertencente à reta AB, tal que $\overline{AP} = 3\overline{BP}$.

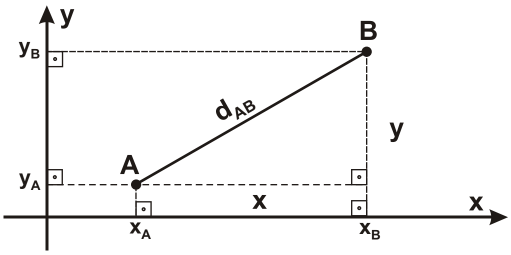
31) Dados os pontos A(8 , 6) e B(-1 , 2), determinar as coordenadas o ponto P, pertencente à reta AB, tal que $2\overline{AP} = 5\overline{PB}$.

32) Sabendo que os pontos A(0 , 0), P(1 , 1) e B são colineares, determinar as coordenadas do ponto B, tal que $4\overline{AP} = \overline{PB}$.

33) Dados os pontos A(0 , 8) e B(6 , 0), determinar as coordenadas do ponto P, pertencente à reta AB, tal que $\overline{AB} = \overline{BP}$.

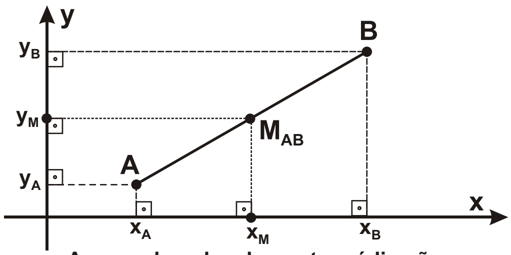
Jeca

VI - Distância entre dois pontos.



Pitágoras $\quad d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

VII - Ponto médio de um segmento.



As coordenadas do ponto médio são as médias das coordenadas.

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \qquad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Exercícios

34) Dados os pontos A(5 , 8) e B(1 , 2), determinar as coordenadas do ponto médio do segmento AB e a distância entre A e B.

35) Dados os pontos A(-3 , 9) e B(1 , -5), determinar as coordenadas do ponto médio do segmento AB e a distância entre A e B.

36Dados os pontos A(-3 , 2) e B(7 , 2), determinar a distância entre A e B e as coordenadas do ponto médio do segmento AB.

37) Dado o ponto A(8 , -1), determinar as coordenadas do ponto B, sabendo que o ponto M(4 , 2) é o ponto médio do segmento AB.

38) Dados os pontos A(0 , 5), B(2 , 1), C(8 , -3) e D(6 , -7), determinar as coordenadas do ponto médio do segmento que une o ponto médio do segmento AB ao ponto médio do segmento CD ?

39) Dados os pontos A(-5 , -1) e B(11 , 3), determinar as coordenadas dos pontos C, D, e E, sabendo que AC = CD = DE = EB e que A, B, C, D e E são pontos colineares.

Jeca

40) Dados os pontos A(-3 , 4) e B(-1 , 0), determinar as coordenadas do ponto do eixo das abscissas que é equidistante de A e de B.

41) Dados os pontos A(3 , 2) e B(7 , 0), determinar as coordenadas do ponto da bissetriz dos quadrantes pares que é equidistante de A e de B.

42) Dados os pontos A(1 , -4) e B(-1 , -8), determinar as coordenadas do ponto da bissetriz dos quadrantes ímpares que é equidistante de A e de B.

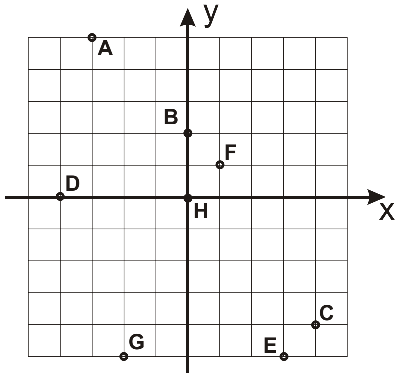
43) Dados os pontos A(5 , -7) e B(-3 , -3), determinar as coordenadas do ponto do eixo das ordenadas que é equidistante de A e de B.

44) Dado o ponto A(6 , 4), determinar as coordenadas do ponto do eixo das abscissas cuja distância ao ponto A é 5.

45) Dado o ponto A(3 , 1), determinar as coordenadas do ponto que tem abscissa -2 e cuja distância ao ponto A é 13.

Respostas desta lista de exercícios.
1ª parte

01)



02)
A(-2 , -3) B(-2 , 4) C(4 , 1)
D(5 , -4) E(0 , 2) F(-3 , 0)
G(-4 , 3) H(-5 , -2)

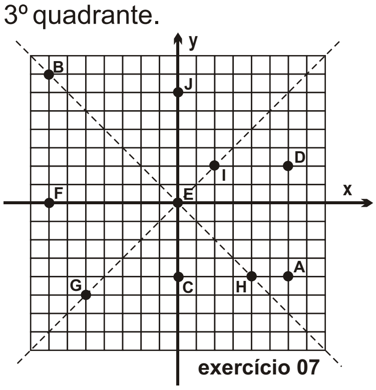
03)
P(-2 , 4) A(2 , 4) B(-2 , -4)
C(2 , -4) D(2 , -2)

04)
B(-4 , 1) C(-4 , -1)

05)
A(-3 , 2) B(-3 , -2) C(3 , 2)

06) B encontra-se no 3º quadrante.

07)
b) F e E
c) C, E e J
d) E, G e I
e) B, E e H



exercício 07

08) m = -2

09) m = -3

10) P(5 , 5)

11) P(-5 , 5)

12) 3º quadrante

13) 2º quadrante

14) 2º quadrante

15) 4º quadrante

16) m = 0 e n $\in \mathbb{R}$

17) 1º quadrante

18) n = 2 e m $\in \mathbb{R}$

19) 4º quadrante

20) 4º quadrante

21) 2º quadrante

22) 2º quadrante

23) 2º quadrante

24) a - b = 7

25) b = 3a - 1

26) Q(5 , -4)

27)
a) 2º quadrante
b) 1º quadrante
c) 4º quadrante
d) 4º quadrante
e) 2º quadrante
f) 3º quadrante
g) eixo x

28) P(1 , 4)

29) C(3 , 8) D(4 , 4)

30) P(4 , -5 / 2)

31) P(11/7 , 22/7)

32) B(5 , 5)

33) P(12 , -8)

34) $2\sqrt{13}$

35) $2\sqrt{53}$

36) 10

37) B(0 , 5)

38) M(4 , -1)

39)
C(-1 , 0)
D(3 , 1)
E(7 , 2)

40) P(-6 , 0)

41) P(3 , -3)

42) P(-4 , -4)

43) P(0 , -7)

44) $k_1 = 9$ e $k_2 = 3$

45) $k_1 = 13$ e $k_2 = -11$

Jeca

Pedido do Jeca

Quando faço estas listas e as disponibilizo para os meus alunos, procuro não cometer erros. Entretanto erros acontecem. Por essa razão, peço a todos que façam-me um favor.
Ao encontrarem um erro de enunciado, de desenho ou de resposta, por menor que seja, mandem um e-mail para mim, especificando que lista, que exercício e qual é o erro. Dessa forma, posso corrigí-lo e melhor servir a moçada.

Obrigado.
Um abraço.

Jeca

Meu e-mail jecajeca@uol.com.br

GeoJeca

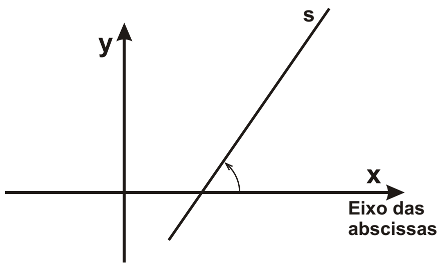
Estudos sobre Geometria realizados
pelo prof. Jeca
(Lucas Octavio de Souza)
(São João da Boa Vista - SP)

Geometria Analítica

Coeficiente angular e equação da reta. (2ª parte)

VIII - Coeficiente angular de uma reta (m).

(Conceito muito importante da Geometria Analítica)



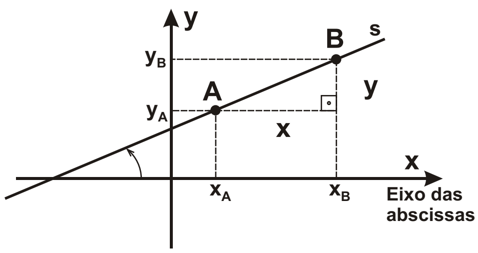
A inclinação de uma reta é o ângulo que essa reta faz com o *semi-eixo positivo das abscissas.*

O coeficiente angular de uma reta é a tangente do ângulo de inclinação.

$$m_s = tg$$

O coeficiente angular é um nº real que representa a direção da reta.

Determinação do coeficiente angular de uma reta através de dois pontos.



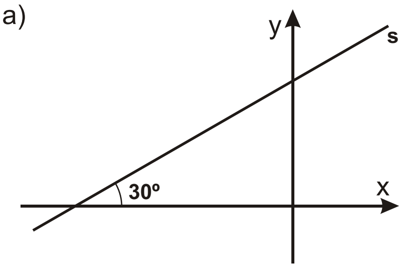
$$m = tg = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}} = \frac{y}{x}$$

$$m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

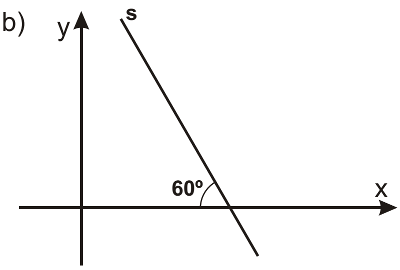
Exercícios

01) Em cada caso abaixo, determinar o coeficiente angular da reta s.

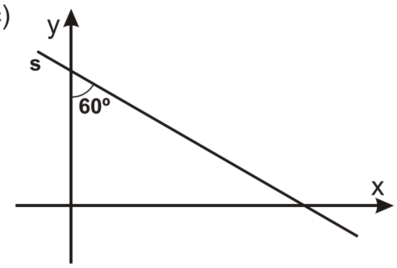
a)



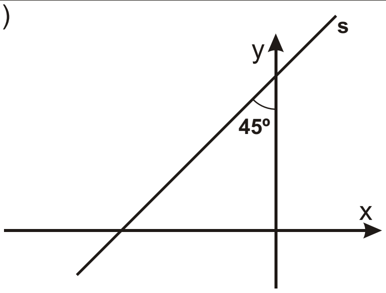
b)



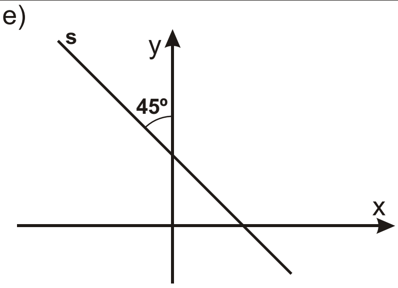
c)



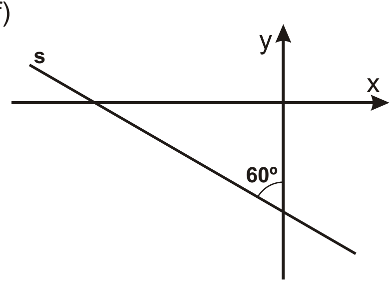
d)



e)

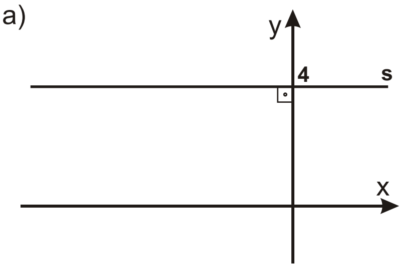


f)

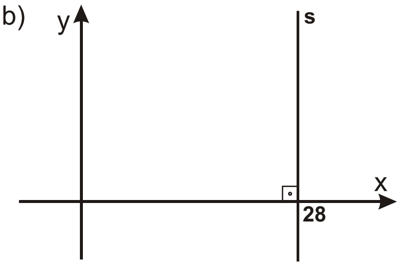


02) Em cada caso abaixo, determinar o coeficiente angular da reta s.

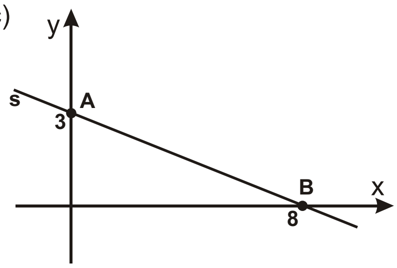
a)



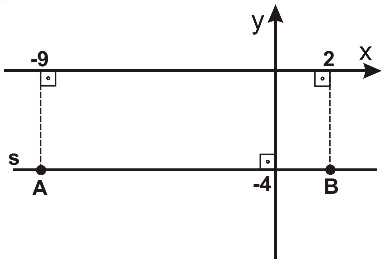
b)



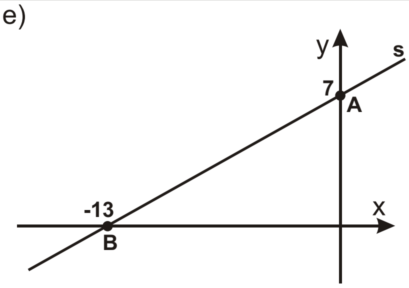
c)



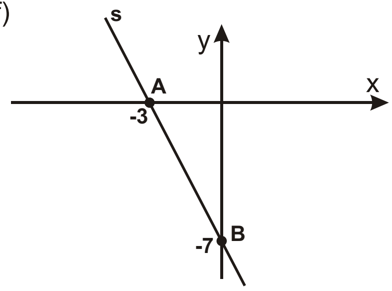
d)



e)

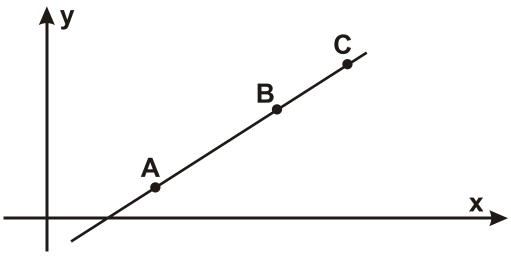


f)



IX - Conceitos diretamente ligados ao coeficiente angular de uma reta.

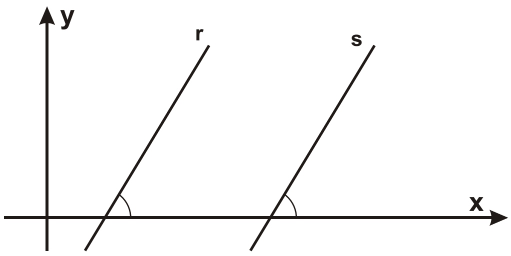
Condição de alinhamento de três pontos.



Se os pontos A, B e C estão alinhados, então

$m_{AB} = m_{BC}$

Retas paralelas entre si.



Se as retas r e s são paralelas entre si, então

$m_r = m_s$

Exercícios

03) Em cada caso abaixo, verificar se os pontos A, B e C estão alinhados.

a) A(1 , 4)
B(5 , -4)
C(-2 , 10)

b) A(1 , 3)
B(0 , -1)
C(2 , 6)

c) A(-2 , 2)
B(-8 , 0)
C(7 , 5)

Jeca

04) Em cada caso abaixo, determinar k para que os pontos A, B e C estejam alinhados.

a) A(2 , k)
B(1 , -1)
C(-1 , 5)

b) A(3 , -1)
B(7 , 3)
C(k , 4)

c) A(0 , 1)
B(2 , 5)
C(-2 , k)

X - Equação fundamental da reta. **(importante)**

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

m - coeficiente angular da reta.
$(x_0 \, , \, y_0)$ - coordenadas de um *ponto conhecido* da reta.

Exercícios

05) Determinar a equação fundamental da reta que tem coeficiente angular 3 e que passa pelo ponto P(-2 , 7).

06) Determinar a equação fundamental da reta que tem coeficiente angular -5 e que passa pelo ponto P(0 , 6).

07) Determinar a equação fundamental da reta que faz um ângulo de 45º com o semi-eixo positivo das abscissas e que passa pelo ponto P(9 , -2).

08) Determinar a equação fundamental da reta que faz um ângulo de 135º com o semi-eixo positivo das abscissas e que passa pelo ponto P(0 , -5).

09) Determinar a equação fundamental da reta que passa pelos pontos A(2 , 7) e B(-5 , 3).

10) Determinar a equação fundamental da reta que passa pelos pontos A(0 , 6) e B(4 , -1).

Jeca

XI - Equações da reta.

1) Equação fundamental.

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

2) Equação geral.

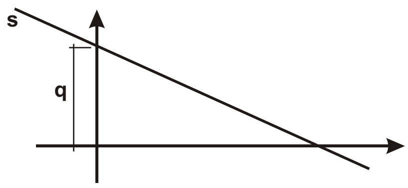
$$ax + by + c = 0$$

3) Equação reduzida.

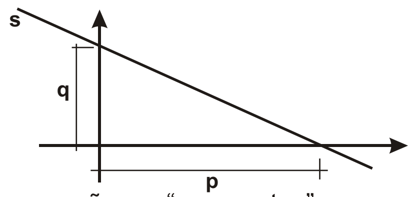
$$y = mx + q$$

4) Equação segmentária.

$$\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$$



m - coeficiente angular da reta.
q - coeficiente linear da reta.



p e q são os "segmentos" que a reta determina nos eixos x e y.

5) Equações paramétricas.

$$(s) \begin{cases} x = f(t) \\ y = g(t) \end{cases}$$

As variáveis x e y são dadas em função de um parâmetro t.

Dica - Isolar, substituir e "sumir" com o t.
(SEMPRE)

Exercícios

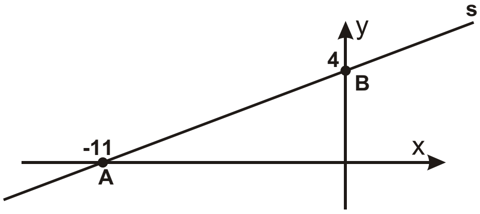
11) Dada a equação reduzida da reta (s) $y = -2x + 12$, determinar o coeficiente angular e o coeficiente linear de s.

12) Dada a equação geral da reta (s) $3x - 5y + 18 = 0$, determinar a equação reduzida, o coeficiente angular e o coeficiente linear de s.

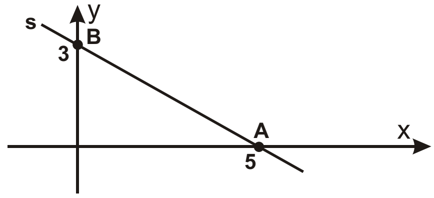
13) Determinar a equação fundamental e a equação geral da reta que tem coeficiente angular -4 e passa pelo ponto P(2 , -7).

14) Determinar a equação geral da reta que passa pelos pontos A(5 , -2) e B(-1 , 6).

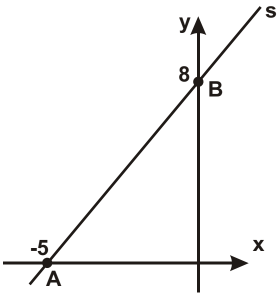
15) Determinar a equação segmentária e a equação reduzida da reta s desenhada abaixo.



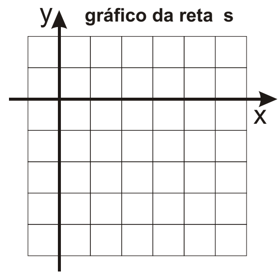
16) Determinar a equação segmentária e a equação reduzida da reta s desenhada abaixo.



17) Determinar a equação geral e a equação reduzida da reta s desenhada abaixo.



18) Dada a equação geral da reta (s) 3x - 5y - 15 = 0, determinar a equação segmentária de s e desenhar a reta s no plano cartesiano.



19) Dadas abaixo as equações paramétricas da reta s, determinar a equação geral de s.

$$(s)\begin{cases} x = 7 - t \\ y = 2t + 1 \end{cases}$$

20) Dadas abaixo as equações paramétricas da reta s, determinar a equação reduzida de s.

$$(s)\begin{cases} x = \dfrac{3t - 4}{2} \\ y = 2 - 3t \end{cases}$$

Jeca

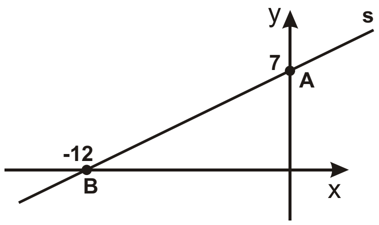
21) Dadas abaixo as equações paramétricas da reta s, determinar a equação segmentária de s.

$$(s)\begin{cases} x = \dfrac{t+3}{2} \\ y = t - 1 \end{cases}$$

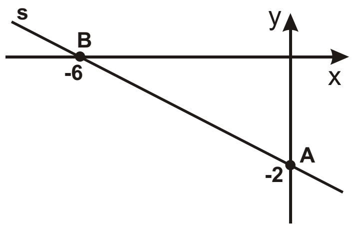
22) Dadas abaixo as equações paramétricas da reta s, determinar o coeficiente linear de s.

$$(s)\begin{cases} x = 3 - t \\ y = t + 2 \end{cases}$$

23) Determinar a equação segmentária e a equação geral da reta s desenhada abaixo.

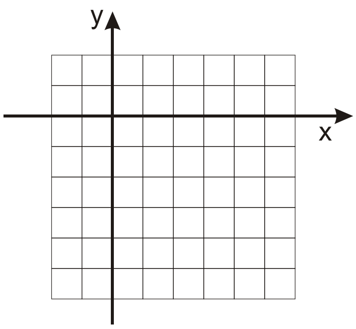


24) Determinar a equação segmentária e a equação reduzida da reta s desenhada abaixo.



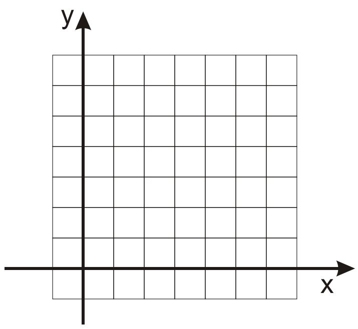
25) Dada abaixo a equação segmentária da reta s, desenhar o gráfico de s.

$$\frac{x}{3} + \frac{y}{-5} = 1$$



26) Dada abaixo a equação segmentária da reta s, determinar a equação geral e desenhar o gráfico de s.

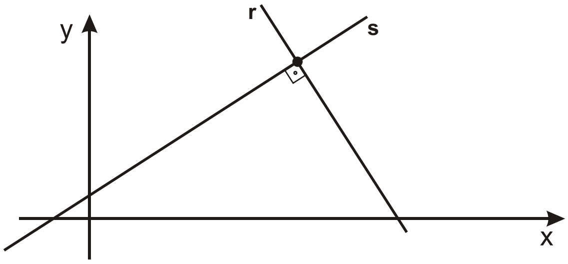
$$\frac{x}{6} + \frac{y}{4} = 1$$



XII - Retas perpendiculares entre si.

Se as retas r e s são perpendiculares entre si, então

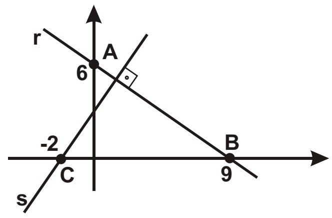
$m_r = \dfrac{-1}{m_s}$ (ou $m_r \cdot m_s = -1$)



Exercícios

27) Determinar a equação geral da reta que passa pelo ponto P(2 , 7) e é perpendicular à reta (s) y = 3x - 1.

28) Determinar a equação geral da reta s desenhada abaixo.



29) Dada a equação da reta (r) y = -5x + 9, determinar:
a) a equação geral da reta s que é paralela a r e passa pelo ponto P(7 , -2);
b) a equação geral da reta t que é perpendicular a r e passa pelo ponto Q(12 , 4).

30) Dado o ponto P(5 , -1), determinar:
a) a equação geral da reta que passa por P e é paralela à reta (s) y - 2 = 0;
b) a equação geral da reta que passa por P e é perpendicula à reta (s) y - 2 = 0.

31) Dadas abaixo as equações paramétricas da reta s, determinar a equação reduzida da reta t que passa pelo ponto P(-3 , 4) e é perpendicular à reta s.

$$(s)\ \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 2t \end{cases}$$

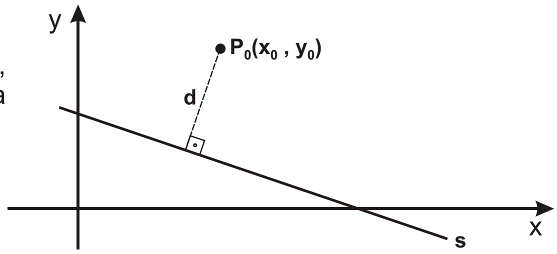
32) Determinar a equação geral da reta que passa pelo ponto P(0 , -3) e é paralela à reta x + 4y - 2 = 0.

Jeca

XIII - Distância entre ponto e reta.

Dada a ***equação geral*** da reta (s) $ax + by + c = 0$, a distância entre s e um ponto $P_0(x_0, y_0)$ é dada por

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



Exercícios

33) Determinar a distância entre a reta $3x + 2y - 9 = 0$ e o ponto $P(2, -5)$.

34) Determinar a distância entre a reta $y = 6x - 1$ e o ponto $P(4, 7)$.

35) Dada abaixo a equação segmentária da reta s, determinar a distância entre s e o ponto $P(-3, 8)$.

$$\frac{x}{4} + \frac{y}{7} = 1$$

36) Dadas abaixo as equações paramétricas da reta s, determinar a distância entre s e o ponto $P(1, -7)$.

$$(s)\begin{cases} x = 2t - 1 \\ y = 2t + 1 \end{cases}$$

37) Determinar a distância entre as retas $3x - 2y + 8 = 0$ e $3x - 2y - 8 = 0$.

38) Determinar a distância entre a origem do sistema cartesiano e a reta $6x - y + 9 = 0$.

Jeca

39) Verificar se os pontos A(1 , -4) e B(3 , -1) estão contidos na reta (s) $3x + 2y + 5 = 0$.

40) Determinar k sabendo que o ponto P(-2 , 0) está contido na reta $4x - 3y + k = 0$.

41) Determinar as coordenadas do ponto onde a reta (s) $2x + 5y - 12 = 0$ intercepta a bissetriz dos quadrantes pares.

42) Dadas as retas (r) $x - 6 = 0$ e (s) $2x + 5y - 2 = 0$, determinar as coordenadas do ponto de intersecção entre r e s.

43) Dadas as retas (r) $x + y + 1 = 0$ e (s) $3x + y - 5 = 0$, determinar as coordenadas do ponto de intersecção entre r e s.

44) Dadas as retas (r) $2x - y + 4 = 0$ e (s) $y = x + 3$, determinar as coordenadas do ponto de intersecção entre r e s.

Jeca

Respostas desta lista de exercícios.
2ª parte

01)
a) $\sqrt{3}/3$
b) $-\sqrt{3}$
c) $-\sqrt{3}/3$
d) 1
e) -1
f) $-\sqrt{3}/3$

02)
a) 0
b) $\nexists$ m
c) -3 / 8
d) 0
e) 7 / 13
f) -7 / 3

03)
a) está alinhado
b) não está alinhado
c) está alinhado

04)
a) -4
b) 8
c) -3

05) $y - 7 = 3(x + 2)$

06) $y - 6 = -5(x - 0)$

07) $y + 2 = 1\,(x - 9)$

08) $y + 5 = -1(x - 0)$

09) $y - 7 = \frac{4}{7}(x - 2)$ ou $y - 3 = \frac{4}{7}(x + 5)$

10) $y - 6 = \frac{-7}{4}(x - 0)$ ou $y + 1 = \frac{-7}{4}(x - 4)$

11) $m = -2$ e $q = 12$

12) $m = 3/5$ e $q = 18/5$

13) $y + 7 = -4(x - 2)$ $\quad 4x + y - 1 = 0$

14) $4x + 3y - 14 = 0$

15) $\frac{x}{-11} + \frac{y}{4} = 1$ $\quad y = \frac{4}{11}x + 4$

16) $\frac{x}{5} + \frac{y}{3} = 1$ $\quad y = \frac{-3}{5}x + 3$

17) $8x - 5y + 40 = 0$ $\quad y = \frac{8}{5}x + 8$

18) $\frac{x}{5} + \frac{y}{-3} = 1$

19) $2x + y - 15 = 0$

20) $y = -2x + 2$

21) $\frac{x}{2} + \frac{y}{-4} = 1$

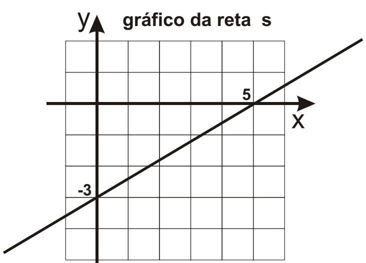


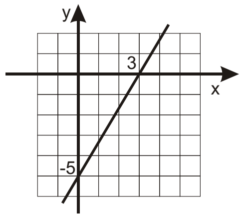
Gráfico do exercício 18

22) $q = 5$

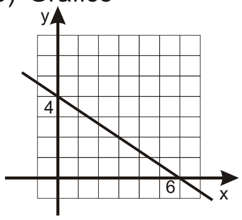
23) $\frac{x}{-12} + \frac{y}{7} = 1$ $\quad 7x - 12y + 84 = 0$

24) $\frac{x}{-6} + \frac{y}{-2} = 1$ $\quad y = \frac{-x}{3} - 2$

25) Gráfico



26) Gráfico



$2x + 3y - 12 = 0$

27) $x + 3y - 23 = 0$

28) $3x - 2y + 6 = 0$

29) a) $5x + y - 33 = 0$ $\quad$ b) $x - 5y + 8 = 0$

30) a) $y + 1 = 0$ $\quad$ b) $x - 5 = 0$

31) $y = \frac{-1}{2}x + \frac{5}{2}$

32) $x + 4y + 12 = 0$

33) $\sqrt{13}$

34) $16\sqrt{37}/37$

35) $17\sqrt{65}/65$

36) $5\sqrt{2}$

37) $16\sqrt{13}/13$

38) $9\sqrt{37}/37$

39) A está contido na reta.
B não está contido na reta.

40) $k = 8$

41) P(-4 , 4)

42) I(6 , -2)

43) I(3 , -4)

44) I(-1 , 2)

Jeca

Pedido do Jeca

Quando faço estas listas e as disponibilizo para os meus alunos, procuro não cometer erros. Entretanto erros acontecem. Por essa razão, peço a todos que façam-me um favor.
Ao encontrarem um erro de enunciado, de desenho ou de resposta, por menor que seja, mandem um e-mail para mim, especificando que lista, que exercício e qual é o erro. Dessa forma, posso corrigí-lo e melhor servir a moçada.

Obrigado.
Um abraço.

Jeca

Meu e-mail jecajeca@uol.com.br

Jeca

Geometria Analítica

Equação reduzida e equação normal da circunferência. (3ª parte)

XIV - Equação da circunferência.

Equação reduzida da circunferência

$$(x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = R^2$$

Equação normal (ou geral) da circunferência

$$x^2 + y^2 - 2x_Cx - 2y_Cy + x_C^2 + y_C^2 - R^2 = 0$$

onde x_c e y_c são as coordenadas do centro da circunferência e R é o raio.

Exercícios

01) Em cada caso abaixo, dados o centro e o raio, determinar as equações reduzida e normal da circunferência.

a) C(4 , 9) , R = 5	**b) C(-4 , 7) , R = 1**	**c) C(3 , -8) , R = 2**
d) C(0 , -4) , R = 3	**e) C(6 , 0) , R = $\sqrt{3}$**	**f) C(0 , 0) , R = $\sqrt{13}$**
g) C(25 , -4) , R = $\sqrt{37}$	**h) C(0 , -1) , R = $\sqrt{3}$**	**i) C(2 , 5) , R = -7**

j) C(-1 , -1), R = 20	l) C(0 , -12), R = 6	m) C(-5 , $\sqrt{7}$), R = $\sqrt{43}$
n) C(2 , -2), R = 2	o) C(-6 , -1), R = 9	p) C(0 , 0), R = $\sqrt{2}$

02) Dada a equação reduzida, determinar o centro e o raio de cada circunferência abaixo.

a) $(x-5)^2+(y-2)^2=16$ C(,), R =	b) $(x+7)^2+(y-2)^2=36$ C(,), R =	c) $(x-5)^2+(y+13)^2=64$ C(,), R =
d) $(x+10)^2+(y+8)^2=1$ C(,), R =	e) $x^2+(y+9)^2=31$ C(,), R =	f) $(x-5)^2+y^2=64$ C(,), R =
g) $x^2+y^2=64$ C(,), R =	h) $(x+15)^2+(y+1)^2=5$ C(,), R =	i) $(x-5)^2+y^2=4$ C(,), R =
j) $x^2+(y-3)^2=64$ C(,), R =	k) $(x+1)^2+y^2=23$ C(,), R =	l) $x^2+y^2=8$ C(,), R =
m) $(x-5)^2+(y-1)^2=7$ C(,), R =	n) $x^2+(y-2)^2=27$ C(,), R =	o) $(x-3)^2+y^2=225$ C(,), R =
p) $(x+5)^2+(y+1)^2=\sqrt{7}$ C(,), R =	q) $x^2+(y+9)^2-27=0$ C(,), R =	r) $(x+12)^2+y^2=400$ C(,), R =

Jeca

XV - Obtenção de centro e raio através da equação normal da circunferência.

$$\begin{cases} -2x_C = \text{coeficiente do termo em } x. \\ -2y_C = \text{coeficiente do termo em } y. \\ x_C^2 + y_C^2 - R^2 = \text{termo independente.} \end{cases}$$

Justificativa

$$x^2 + y^2 - 2x_C x - 2y_C y + x_C^2 + y_C^2 - R^2 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 8x - 12y + 43 = 0$$

Exercícios

03) Dada a equação normal, determinar o centro, o raio e a equação reduzida de cada circunferência abaixo, se existir.

a) $x^2 + y^2 - 12x - 2y + 12 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

Equação reduzida

b) $x^2 + y^2 + 4x - 8y + 6 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

Equação reduzida

c) $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 17 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

Equação reduzida

d) $x^2 + y^2 - 12y + 11 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

Equação reduzida

e) $x^2 + y^2 - 81 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

Equação reduzida

f) $x^2 + y^2 + 2x + 10y + 22 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

Equação reduzida

Jeca

g) $x^2 + y^2 + 3x - 6y + 11 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

Equação reduzida

h) $x^2 + y^2 - 6x + 13 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

Equação reduzida

i) $-2x^2 - 2y^2 - 4x + 8y + 22 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

Equação reduzida

j) $x^2 + 3y^2 - 12y + 11 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

Equação reduzida

l) $x^2 + y^2 + xy - 3y - 9 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

Equação reduzida

m) $4x^2 + 4y^2 - 8x + 16y + 4 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

Equação reduzida

n) $3x^2 - 3y^2 - 18y + 16 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

Equação reduzida

o) $x^2 + y^2 + 6xy - 8y - 4 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

Equação reduzida

p) $5x^2 + 5y^2 - 10x + 10y - 25 = 0$

centro

Raio

C(,), R =

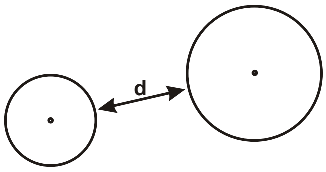
Equação reduzida

Jeca

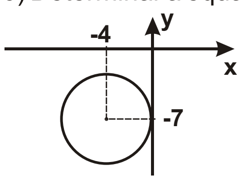
04) Na equação abaixo, determine os valores de A, B, C, D e E para que a mesma represente uma circunferência de centro (-2 , 1) e raio 6.

$$2x^2 + Ay^2 - Bxy + Cx + Dy + E = 0$$

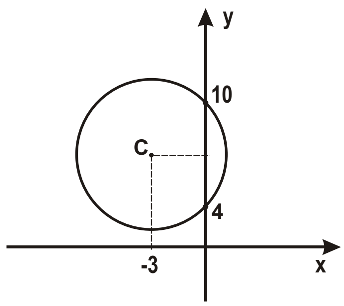
05) Qual a distância **d** entre as circunferências **(C_1)** $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 4$ e **(C_2)** $x^2 + y^2 + 6x - 2y + 1 = 0$?



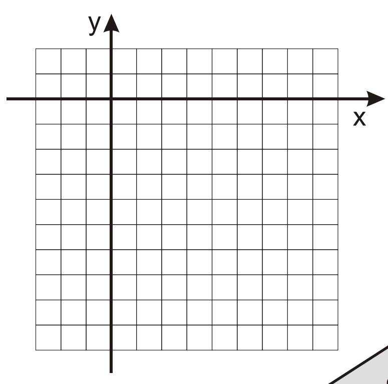
06) Determinar a equação reduzida e a equação normal da circunferência abaixo.



07) Determinar a equação reduzida e a equação normal da circunferência ao lado.



08) Dada a circunferência ( ) $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 20 = 0$, determinar :
a) o centro e o raio dessa circunferência.
b) o ponto A de que tem a maior abscissa.
c) o ponto B de que tem a menor ordenada.
(DICA - Após achar o centro e o raio, desenhar a circunferência)



Jeca

09) Dada a circunferência ( ) $x^2 + y^2 + 6x - 8y + 15 = 0$, determinar :
a) o centro e o raio dessa circunferência.
b) o ponto A de que tem a menor abscissa.
c) o ponto B de que tem a maior ordenada.
(DICA - Após achar o centro e o raio, desenhar a circunferência)

10) Determinar quantos pontos da circunferência $x^2 + y^2 - 8x - 14y + 49 = 0$ pertencem ao eixo das abscissas ou ao eixo das ordenadas.

11) Determinar quantos pontos da circunferência $x^2 + y^2 + 10x - 8y + 1 = 0$ pertencem ao eixo das abscissas ou ao eixo das ordenadas.

12) Determinar quantos pontos da circunferência $x^2 + y^2 + 12x - 8y + 27 = 0$ pertencem ao eixo das abscissas ou ao eixo das ordenadas.

13) Determinar quantos pontos da circunferência $x^2 + y^2 - 6x + 6y + 9 = 0$ pertencem ao eixo das abscissas ou ao eixo das ordenadas.

14) Determinar quantos pontos da circunferência $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 9 = 0$ pertencem ao eixo das abscissas ou ao eixo das ordenadas.

15) Determinar quantos pontos da circunferência $(x - 6)^2 + (y - 5)^2 = 16$ pertencem ao eixo das abscissas ou ao eixo das ordenadas.

16) Determinar as coordenadas dos pontos da circunferência $(x + 4)^2 + (y - 1)^2 = 9$ que têm abscissa -2.

17) Determinar as coordenadas dos pontos da circunferência $(x + 4)^2 + (y - 1)^2 = 9$ que têm ordenada -2.

18) Determinar as coordenadas dos pontos de intersecção entre a circunferência $x^2 + y^2 - 14x - 6y + 33 = 0$ e a reta $7x + y - 27 = 0$, se existirem.

19) Determinar as coordenadas dos pontos de intersecção entre a circunferência $x^2 + y^2 - 10x + 21 = 0$ e a reta $2x - y = 0$, se existirem.

20) Determinar equação geral da reta que tangencia a circunferência $x^2 + y^2 - 14x - 6y + 33 = 0$ no ponto P(10, 7).

Jeca

Respostas desta lista de exercícios.
3ª parte

01)
a) $(x-4)^2+(y-9)^2=25$ $x^2+y^2-8x-18y+72=0$
b) $(x+4)^2+(y-7)^2=1$ $x^2+y^2+8x-14y+64=0$
c) $(x-3)^2+(y+8)^2=4$ $x^2+y^2-6x+16y+69=0$
d) $x^2+(y+4)^2=9$ $x^2+y^2+8y+7=0$
e) $(x-6)^2+y^2=3$ $x^2+y^2-12x+33=0$
f) $x^2+y^2=13$ $x^2+y^2-13=0$
g) $(x-25)^2+(y+4)^2=37$ $x^2+y^2-50x+8y+604=0$
h) $x^2+(y+1)^2=3$ $x^2+y^2+2y-2=0$
i) não existe circunferência com raio negativo
j) $(x+1)^2+(y+1)^2=400$ $x^2+y^2+2x+2y-398=0$
l) $x^2+(y+12)^2=36$ $x^2+y^2+24y+108=0$
m) $(x+5)^2+(y-\sqrt{7})^2=43$ $x^2+y^2+10x-2\sqrt{7}y-11=0$
n) $(x-2)^2+(y+2)^2=4$ $x^2+y^2-4x+4y+4=0$
o) $(x+6)^2+(y+1)^2=81$ $x^2+y^2+12x+2y-44=0$
p) $x^2+y^2=2$ $x^2+y^2-2=0$

02)
a) C(5 , 2) e R = 4
b) C(-7 , 2) e R = 6
c) C(5 , -13) e R = 8
d) C(-10 , -8) e R = 1
e) C(0 , -9) e $R=\sqrt{31}$
f) C(5 , 0) e R = 8
g) C(0 , 0) e R = 8
h) C(-15 , -1) e $R=\sqrt{5}$
i) C(5 , 0) e R = 2
j) C(0 , 3) e R = 8
k) C(-1 , 0) e $R=\sqrt{23}$
l) C(0 , 0) e $R=2\sqrt{2}$
m) C(5 , 1) e $R=\sqrt{7}$
n) C(0 , 2) e $R=3\sqrt{3}$
o) C(3 , 0) e R = 15
p) C(-5 , -1) e $R=\sqrt[4]{7}$
q) C(0 , -9) e $R=3\sqrt{3}$
r) C(-12 , 0) e R = 20

03)
a) C(6 , 1), R = 5 $(x-6)^2+(y-1)^2=25$
b) C(-2 , 4), $R=\sqrt{14}$ $(x+2)^2+(y-4)^2=14$
c) não existe a circunferência ($R^2=-12$)
d) C(0 , 6), $R=\sqrt{47}$ $x^2+(y-6)^2=47$
e) C(0 , 0), R = 9 $x^2+y^2=81$
f) C(-1 , -5), R = 2 $(x+1)^2+(y+5)^2=4$
g) C(-3/2 , 3), R = 1/2 $(x+3/2)^2+(y-3)^2=1/4$
h) não existe a circunferência ($R^2=-4$)
i) C(-1 , 2), R = 4 $(x+1)^2+(y-2)^2=16$
j) não é equação de circunferência
l) não é equação de circunferência
m) C(1 , -2), R = 2 $(x-1)^2+(y+2)^2=4$
n) não é equação de circunferência
o) não é equação de circunferência
p) C(1 , -1), $R=\sqrt{7}$ $(x-1)^2+(y+1)^2=7$

04) A = 2, B = 0, C = 8, D = -4 e E = -62

05) $d=4\sqrt{5}-5$

06) $(x+4)^2+(y+7)^2=16$ $x^2+y^2+8x+14y+49=0$

07) $(x+3)^2+(y-7)^2=18$ $x^2+y^2+6x-14y+40=0$

08) a) C(2 , -5), R = 3 b) A(5 , -5) c) B(2 , -8)

09) a) C(-3 , 4), $R=\sqrt{10}$
b) A(-3 - $\sqrt{10}$, 4) c) B(-3 , 4 + $\sqrt{10}$)

10) 1 ponto no eixo y

11) 4 pontos (2 no eixo x e 2 no eixo y)

12) 2 pontos no eixo x

13) 2 pontos (1 no eixo x e 1 no eixo y)

14) 3 pontos (2 no eixo x e 1 no eixo y)

15) a circunferência não corta os eixos

16) $P_1(-2\ ,\ 1+\sqrt{5})$ $P_2(-2\ ,\ 1-\sqrt{5})$

17) $P_1(-4\ ,-2)$

18) $P_1(4\ ,-1)$ $P_2(3\ ,6)$

19) não existe intersecção

20) $3x+4y-58=0$

Pedido do Jeca

Quando faço estas listas e as disponibilizo para os meus alunos, procuro não cometer erros. Entretanto erros acontecem. Por essa razão, peço a todos que façam-me um favor. Ao encontrarem um erro de enunciado, de desenho ou de resposta, por menor que seja, mandem um e-mail para mim, especificando que lista, que exercício e qual é o erro. Dessa forma, posso corrigí-lo e melhor servir a moçada.

Obrigado.
Um abraço.

Jeca

Meu e-mail jecajeca@uol.com.br

Jeca

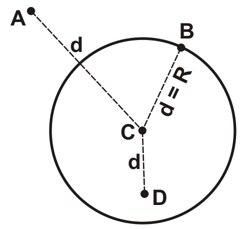
GeoJeca

Estudos sobre Geometria realizados pelo prof. Jeca (Lucas Octavio de Souza) (São João da Boa Vista - SP)

Geometria Analítica

Posições relativas entre ponto, reta e circunferência. (4ª parte)

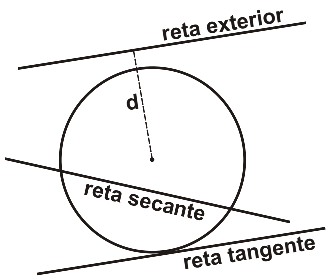
XVI - Posições relativas entre ponto, reta e circunferência.



A - ponto exterior
B - ponto da circunferência
D - ponto interior

1º método - Comparar a distância d entre o ponto e o centro da circunferência, com o raio R.
a) se $d > R$, o ponto é exterior à circunferência.
b) se $d = R$, o ponto pertence à circunferência.
c) se $d < R$, o ponto está no interior da circunferência.

2º método - Substituir as coordenadas do ponto na expressão
$$E = x_P^2 + y_P^2 - 2x_C x_P - 2y_C y_P + x_C^2 + y_C^2 - R^2 \quad \text{“equação normal”}$$
a) se $E > 0$, o ponto é exterior.
b) se $E = 0$, o ponto pertence à circunferência.
c) se $E < 0$, o ponto está no interior da circunferência.



1º método - Comparar a distância d entre a reta e o centro da circunferência, com o raio R.
a) se $d > R$, a reta é exterior à circunferência.
b) se $d = R$, a reta é tangente à circunferência.
c) se $d < R$, a reta é secante à circunferência.

2º método - Resolver o sistema de equações procurando as intersecções entre a reta e a circunferência.
$$\begin{cases} ax + by + c = 0 \\ (x - x_C)^2 + (y - y_C)^2 = R^2 \end{cases}$$
a) se > 0, a reta é secante pois tem 2 soluções.
b) se $= 0$, a reta é tangente pois tem apenas uma solução.
c) se < 0, a reta é exterior pois não tem nenhuma solução.

Exercícios

01) Utilizando os 2 métodos acima propostos, verificar a posição do ponto $P(5 , 8)$ em relação à circunferência $(x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 36$.

1º método

2º método

02) Utilizando os 2 métodos acima propostos, verificar a posição da reta $x + 3y - 10 = 0$ em relação à circunferência $(x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 25$.

1º método

2º método

03) Dados os pontos A(1 , 5) e B(-2 , -1), determinar as posições de A e de B em relação à circunferência $x^2 + y^2 - 8x + 2y - 19 = 0$.	04) Dados os pontos A(6 , 1) e B(5 , 7), determinar as posições de A e de B em relação à circunferência $(x - 8)^2 + (y - 3)^2 = 16$
05) Determinar o valor de k para que o ponto P(2 , k) seja um ponto exterior à circunferência $x^2 + y^2 - 8x + 3 = 0$	06) Determinar o valor de k para que o ponto P(k , -1) seja um ponto interior à circunferência $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$
07) Determinar a posição da reta (r) $3x + y - 6 = 0$ em relação à circunferência $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 8 = 0$.	08) Determinar a posição da reta (r) $x - y + 4 = 0$ em relação à circunferência $(x - 5)^2 + (y + 1)^2 = 9$

Jeca

09) Determinar a posição da reta $7x + y - 18 = 0$ em relação à circunferência ( ) $x^2 + y^2 + 2x - 24 = 0$ e as coordenadas dos pontos de intersecção, se existirem.

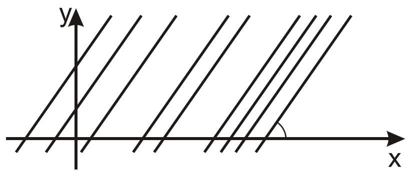
10) Determinar a posição da reta $3x + 4y + 6 = 0$ em relação à circunferência ( ) $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$ e as coordenadas dos pontos de intersecção, se existirem.

11) Determinar a posição da reta $4x - 3y + 8 = 0$ em relação à circunferência ( ) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ e as coordenadas dos pontos de intersecção, se existirem.

12) Determinar a posição da reta $x + 7y - 6 = 0$ em relação à circunferência ( ) $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ e as coordenadas dos pontos de intersecção, se existirem.

XVII - Feixe de retas.

Feixe de retas paralelas.



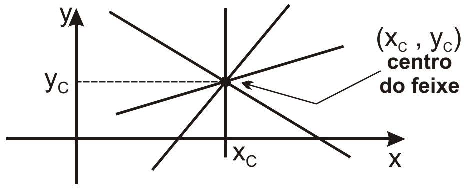
$ax + by + k = 0$ equação geral do feixe

$k \in \mathbb{R}$

$y = mx + k'$ equação reduzida do feixe

$k' \in \mathbb{R}$

Feixe de retas concorrentes.



$y - y_C = m(x - x_C)$ equação fundamental do feixe

$m \in \mathbb{R}$ ou $\nexists m$

Exercícios

13) Determinar a equação geral do feixe de retas paralelas à reta $x + 4y - 3 = 0$.

14) Determinar a equação reduzida do feixe de retas paralelas à reta $2x - 5y + 1 = 0$.

15) Determinar a equação reduzida do feixe de retas paralelas à reta $y = -3x + 5$.

16) Determinar a equação reduzida do feixe de retas paralelas à reta $y + 4 = 0$.

17) Determinar a equação geral do feixe de retas paralelas à reta $x - 5 = 0$.

18) Determinar a equação fundamental do feixe de retas concorrentes no ponto $P(-2 , 5)$.

19) Determinar a equação fundamental do feixe de retas concorrentes na origem do sistema cartesiano.

20) Determinar a equação fundamental do feixe de retas concorrentes no ponto $P(7 , -3)$.

21) Determinar a equação geral do feixe de retas concorrentes no ponto $P(-4 , 1)$.

22) Determinar a equação geral do feixe de retas concorrentes no ponto $P(7 , -3)$.

23) Determinar a equação geral do feixe de retas concorrentes que contém as retas $x + y - 3 = 0$ e $2x - y + 9 = 0$.

24) Determinar a equação geral do feixe de retas concorrentes que contém as retas $y = x + 2$ e $x + 2y - 7 = 0$.

25) Determinar a equação geral do feixe de retas concorrentes que contém as retas $3x + y = 0$ e $x - y - 4 = 0$.

26) Determinar as equações gerais das retas que passam pelo ponto $P(13 , 3)$ e são tangentes à circunferência $(x - 6)^2 + (y - 2)^2 = 25$.

27) Determinar as equações gerais das retas que passam pelo ponto $P(5 , 4)$ e são tangentes à circunferência $(x - 8)^2 + (y - 3)^2 = 5$.

Jeca

28) Determinar as equações gerais das retas que passam pelo ponto $P(-3 , 1)$ e são tangentes à circunferência $(x - 5)^2 + (y - 7)^2 = 36$.

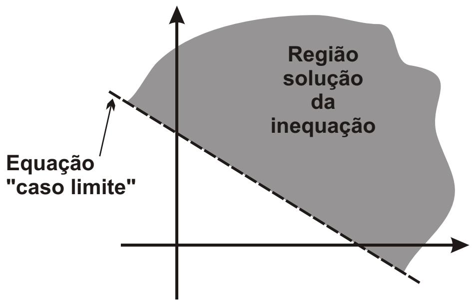
29) Determinar as equações gerais das retas tangentes à circunferência $(x + 3)^2 + (y - 7)^2 = 1$, que são paralelas à reta $y = -3x + 5$.

30) Determinar as equações gerais das retas paralelas à reta $3x - 2y + 8 = 0$, que são tangentes à circunferência $x^2 + y^2 - 4y - 32 = 0$

31) Determinar as equações reduzidas das retas que passam pelo ponto $P(-2 , 8)$ e são tangentes à circunferência $x^2 + y^2 - 2x - 8y - 8 = 0$.

Jeca

XVIII - Inequações.



<u>Convenção</u>
Linha cheia ———— ($\geq$ ou $\leq$)
Linha tracejada - - - - - - - - - ($>$ ou $<$)

Resolução gráfica de inequações.

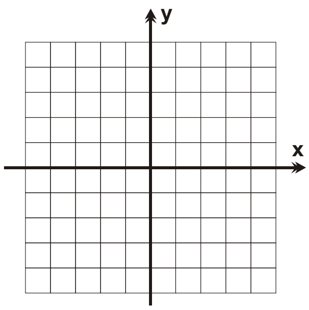
1) Achar o "caso limite" transformando a inequação em equação (mudar $>$ ou $<$ para $=$)
2) Desenhar o "caso limite" usando a convenção adotada. (———— ou - - - - - - - -)
3) Testar na inequação as coordenadas de um ponto não pertencente ao "caso limite". (se possível usar a origem O(0 , 0))
4) Se o ponto testado satisfizer a inequação, então esse ponto é parte da "Região solução". Se não satisfizer, a "Região solução" é a parte do plano que não contém o ponto testado.

Importante: Equação = curva   Inequação = região do plano que começa numa curva.

Exercícios

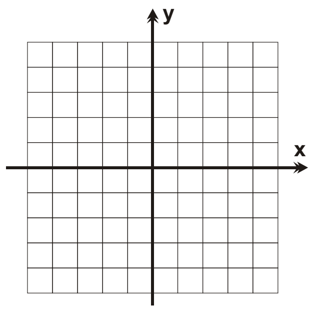
32) Resolver graficamente a inequação abaixo.

$x - 4 < 0$



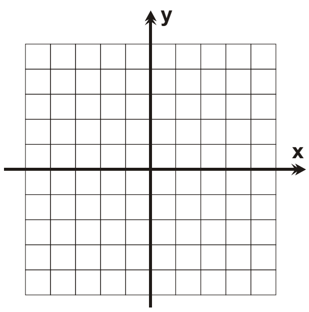
33) Resolver graficamente a inequação abaixo.

$2x + 6 \geq 0$



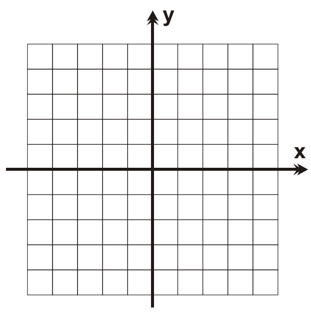
34) Resolver graficamente a inequação abaixo.

$y - 2 < 0$



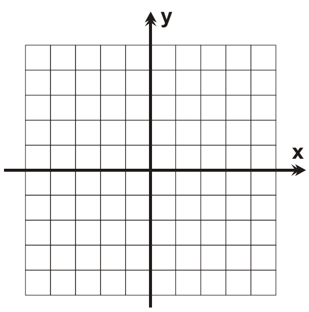
35) Resolver graficamente a inequação abaixo.

$3y - 3 \leq 0$



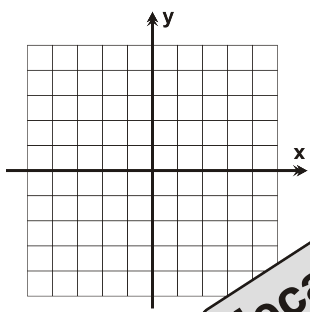
36) Resolver graficamente a inequação abaixo.

$x + y - 2 \geq 0$



37) Resolver graficamente a inequação abaixo.

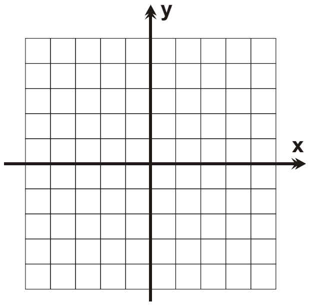
$y < 2x + 4$



Jeca

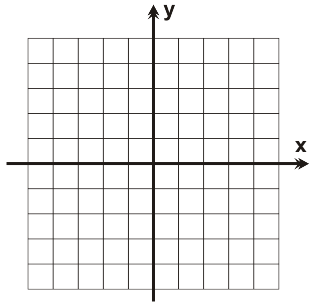
38) Resolver graficamente a inequação abaixo.

$x - 3y + 3 \leqslant 0$



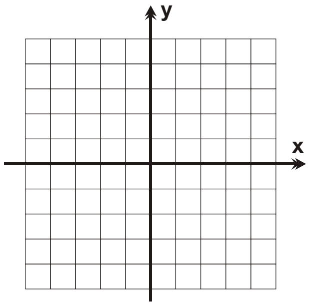
39) Resolver graficamente a inequação abaixo.

$4x + y + 4 > 0$



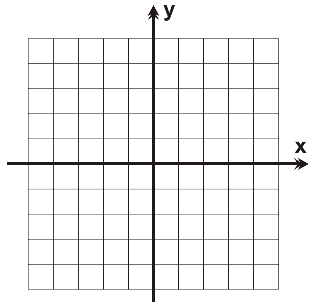
40) Resolver graficamente a inequação abaixo.

$x^2 + y^2 \geqslant 16$



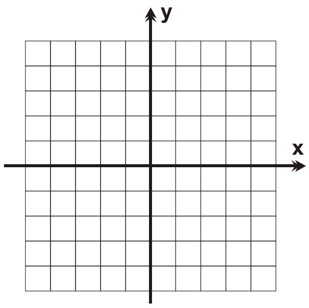
41) Resolver graficamente a inequação abaixo.

$(x + 1)^2 + y^2 \leqslant 9$



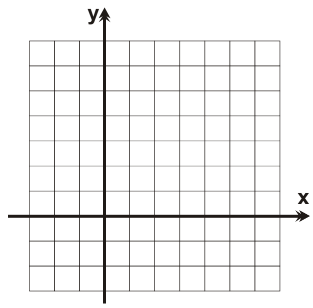
42) Resolver graficamente a inequação abaixo.

$x^2 + y^2 \leqslant 16$



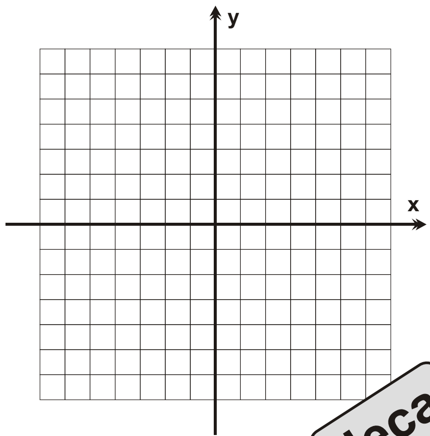
43) Resolver graficamente a inequação abaixo.

$(x - 1)^2 + (y - 2)^2 \geqslant 4$



44) Resolver graficamente o sistema de a inequações abaixo

$$\begin{cases} (x - 2)^2 + (y + 1)^2 \leqslant 16 \\ x - 2y \geqslant 2 \\ y > -1 \end{cases}$$



Jeca

XIX - Lugar Geométrico .

Lugar Geométrico Plano (LG) é o conjunto dos pontos do plano que satisfazem uma determinada propriedade.

O Lugar Geométrico é uma equação com 2 variáveis x e y, que representa todos os pontos do plano que satisfazem a propriedade desejada.

Para a obtenção da equação com duas variáveis que representa o LG, impõe-se a propriedade desejada a um ponto P(x , y) genérico, que representa os infinitos pontos do plano que satisfazem a propriedade desejada.

Exercícios

45) (MAPOFEI-72) Num sistema cartesiano plano são dados os pontos O(0 , 0) e A(3 , 0). Determinar o lugar geométrico dos pontos P(x , y) tais que $\overline{OP} = 2 . \overline{AP}$.

46) Determinar o lugar geométrico dos pontos P(x , y) cuja distância ao eixo das abscissas é o dobro da distância ao eixo das ordenadas.

47) Obter a equação da mediatriz do segmento de extremos A(7 , 2) e B(-1 , 6).

<u>Observação</u>

- Mediatriz de um segmento AB é o lugar geométrico dos pontos do plano, eqüidistantes de A e de B.

48) Determinar o lugar geométrico dos pontos P(x , y) alinhados com os pontos A(-3 , 1) e B(0 , 4).

Jeca

49) Determinar o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ do plano, tais que a soma dos quadrados das distâncias aos pontos $A(0, 5)$ e $B(0, -5)$ é 100.	50) Determinar o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ do plano, tais que a diferença dos quadrados das distâncias aos pontos $A(0, 5)$ e $B(0, -5)$ é 20.
51) Determinar o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ do plano, eqüidistantes das retas (r) $2x - y - 8 = 0$ e (s) $x - 2y - 1 = 0$.	52) Determinar o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ do plano, eqüidistantes das retas (r) $3x - 2y + 12 = 0$ e (s) $3x - 2y - 2 = 0$.
53) Determinar o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ do plano, cuja distância ao ponto $C(4, -1)$ seja igual a 7.	54) Determinar o lugar geométrico dos pontos $P(x, y)$ do plano, cuja distância à reta (r) $x + 2y - 4 = 0$ seja o dobro da distância à reta (s) $2x - y + 9 = 0$.

Jeca

Respostas desta lista de exercícios.
4ª parte

01) ponto exterior à circunferência

02) reta secante à circunferência

03) A é exterior, B pertence à circunferência

04) A é interior, B é exterior

05) $k < -3$ ou $k > 3$

06) $3 - \sqrt{15} < k < 3 + \sqrt{15}$

07) a reta é secante à circunferência

08) a reta é exterior à circunferência

09) secante $P_1(3, -3)$ e $P_2(2, 4)$

10) tangente $P_1(2, -3)$

11) tangente $P_1(-2, 0)$

12) secante $P_1(6, 0)$ e $P_2(-1, 1)$

13) $x + 4y + k = 0$ $K \in \mathbb{R}$

14) $y = 2x/5 + k/5$ $K \in \mathbb{R}$

15) $y = -3x + k$ $K \in \mathbb{R}$

16) $y + k = 0$ $K \in \mathbb{R}$

17) $x + k = 0$ $K \in \mathbb{R}$

18) $y - 5 = m(x + 2)$ $m \in \mathbb{R}$ ou $\nexists m$

19) $y - 0 = m(x - 0)$ $m \in \mathbb{R}$ ou $\nexists m$

20) $y + 3 = m(x - 7)$ $m \in \mathbb{R}$ ou $\nexists m$

21) $mx - y + 4m + 1 = 0$ $m \in \mathbb{R}$ ou $\nexists m$

22) $mx - y - 7m - 3 = 0$ $m \in \mathbb{R}$ ou $\nexists m$

23) $mx - y + 2m + 5 = 0$ $m \in \mathbb{R}$ ou $\nexists m$

24) $mx - y - m + 3 = 0$ $m \in \mathbb{R}$ ou $\nexists m$

25) $mx - y - m - 3 = 0$ $m \in \mathbb{R}$ ou $\nexists m$

26) $3x + 4y - 51 = 0$ e $4x - 3y - 43 = 0$

27) $x - 2y + 3 = 0$ e $2x + y - 14 = 0$

28) $24x - 7y + 79 = 0$ e $y - 1 = 0$

29) $3x + y + 2 + \sqrt{10} = 0$ e $3x + y + 2 - \sqrt{10} = 0$

30) $3x - 2y + 4 + 6\sqrt{13} = 0$ e $3x - 2y + 4 - 6\sqrt{13} = 0$

31) $3x - 4y + 38 = 0$

As respostas dos exercícios 32 a 44 estão na próxima folha.

45) $x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$

46) $2x - y = 0$

47) $2x - y - 2 = 0$

48) $3x - 3y + 12 = 0$

49) $x^2 + y^2 = 25$

50) $y = -1$

51) $x + y - 7 = 0$ e $x - y - 3 = 0$

52) $3x - 2y + 5 = 0$

53) $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 = 49$

54) $3x - 4y + 22 = 0$ e $5x + 14 = 0$

Pedido do Jeca

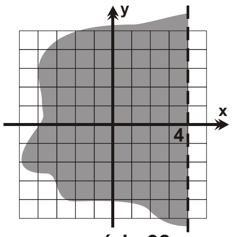
Quando faço estas listas e as disponibilizo para os meus alunos, procuro não cometer erros. Entretanto erros acontecem. Por essa razão, peço a todos que façam-me um favor. Ao encontrarem um erro de enunciado, de desenho ou de resposta, por menor que seja, mandem um e-mail para mim, especificando que lista, que exercício e qual é o erro. Dessa forma, posso corrigí-lo e melhor servir a moçada.

Obrigado.
Um abraço.

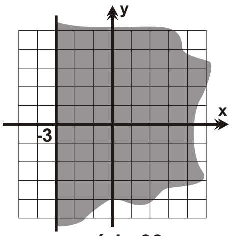
Jeca

Meu e-mail jecajeca@uol.com.br

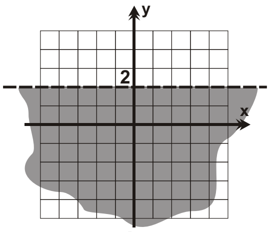
Respostas desta lista de exercícios.
4ª parte (exercícios 32 a 44)



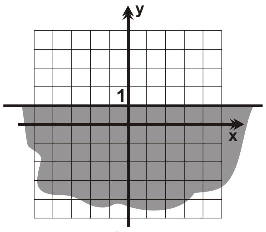
exercício 32



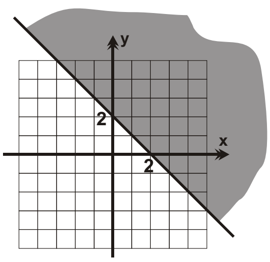
exercício 33



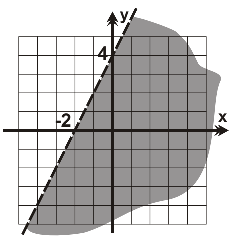
exercício 34



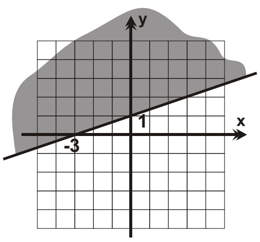
exercício 35



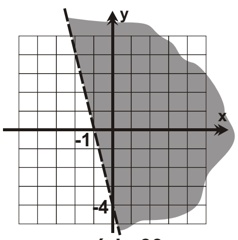
exercício 36



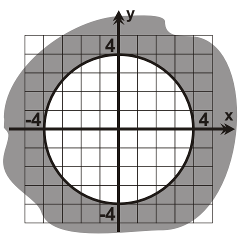
exercício 37



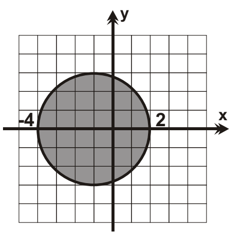
exercício 38



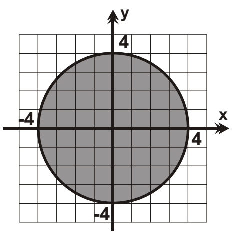
exercício 39



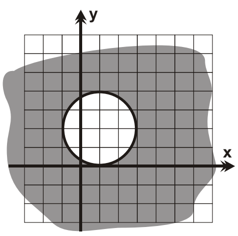
exercício 40



exercício 41



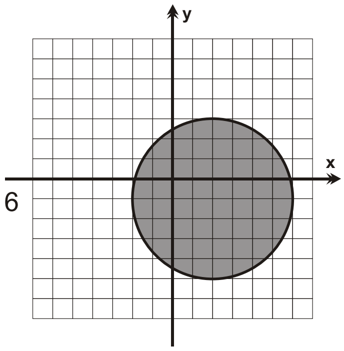
exercício 42



exercício 43

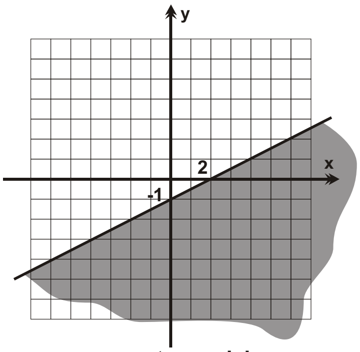
exercício 44

$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 \leqslant 16$



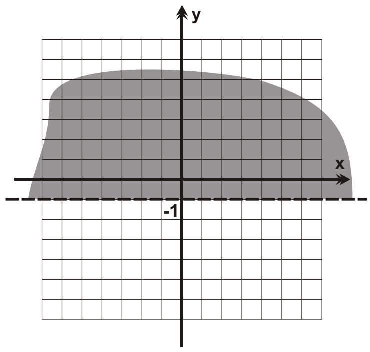
resposta parcial

$x - 2y \geqslant 2$

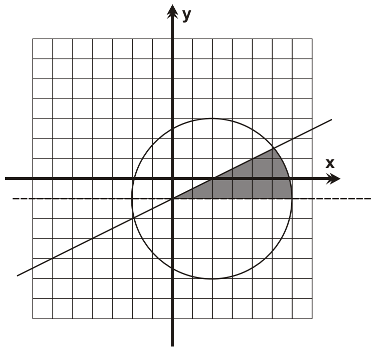


resposta parcial

$y > -1$



resposta parcial



resposta final

Jeca

Estudo das cônicas.

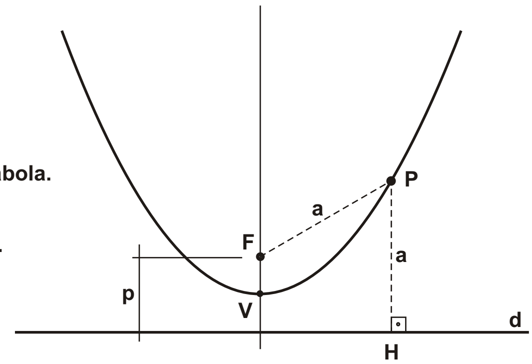
I) Parábola.

Dado um ponto F (foco) e uma reta d (diretriz), denomina-se parábola o conjunto de pontos do plano eqüidistantes do ponto F e da reta d.

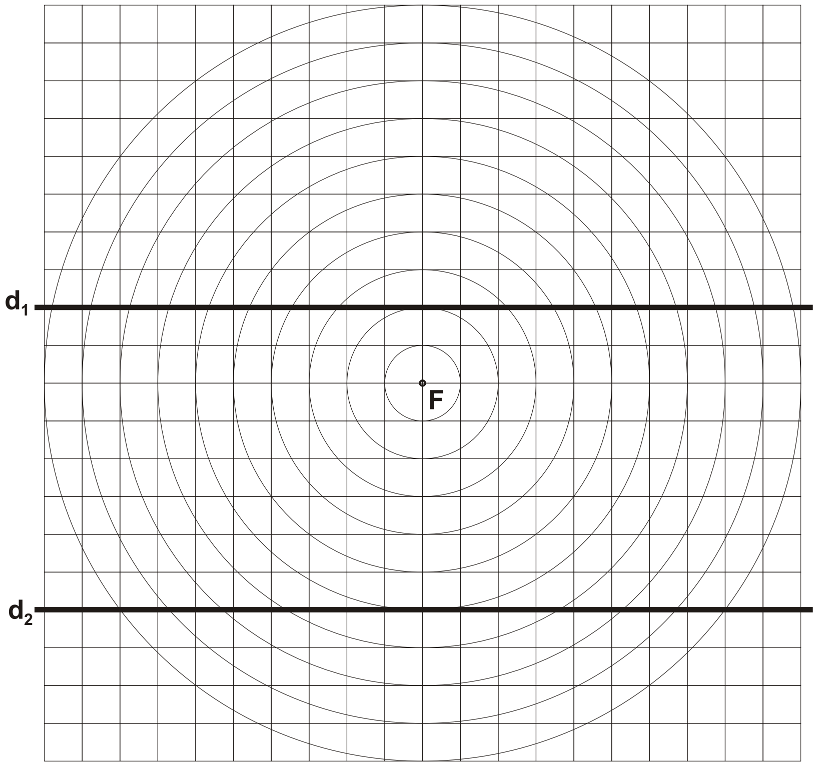
Resumindo FP = PH = a

Elementos da parábola.

F - foco da parábola.
P - ponto qualquer da parábola.
d - diretriz da parábola.
V - vértice da parábola.
Reta FV - eixo de simetria.
p - parâmetro da parábola.



EXERCÍCIO 01 - Na figura ao lado, obedecendo a definição de parábola, para um mesmo foco F, traçar duas parábolas; uma em relação à diretriz d_1 e outra em relação à diretriz d_2.



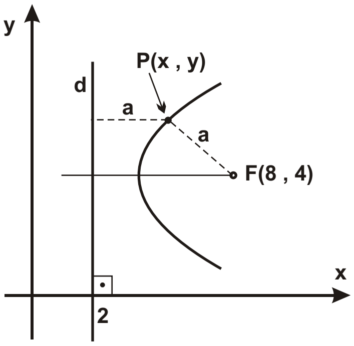
OBSERVAÇÃO - Depois de traçadas as parábolas, note que quanto maior o parâmetro (distância entre o foco e a diretriz), mais aberta é a parábola.

Pré-requisitos de Geometria Analítica para o estudo das parábolas.

Distância entre dois pontos.	**Distância entre ponto e reta.**
Dados os pontos $A(x_A , y_A)$ e $B(x_B , y_B)$, a distância entre A e B é dada por: $$d_{AB} = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$	Dada a equação geral de uma reta (r) $ax + by + c = 0$ e um ponto $P(x_0 , y_0)$, a distância entre a reta r e o ponto P é dada por: $$d_{P(r)} = \frac{\lvert ax_0 + by_0 + c \rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

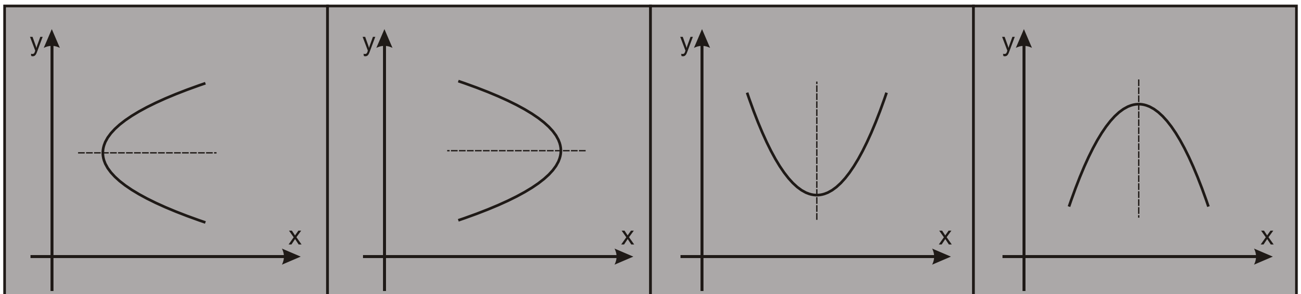
EXERCÍCIO 02 - Determinar a equação da parábola que tem como foco o ponto F(7 , 9) e como diretriz a reta $x + 2y + 5 = 0$.

EXERCÍCIO 03 - Usando a definição, determinar a equação da parábola abaixo, sendo **F** o foco e **d** a diretriz.



Equações reduzidas das parábolas com eixo de simetria paralelo a um dos eixos coordenados.

Eixo de simetria paralelo ao eixo x. **Eixo de simetria paralelo ao eixo y.**

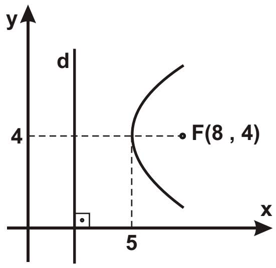


$(y - y_V)^2 = 2p(x - x_V)$	$(y - y_V)^2 = -2p(x - x_V)$	$(x - x_V)^2 = 2p(y - y_V)$	$(x - x_V)^2 = -2p(y - y_V)$

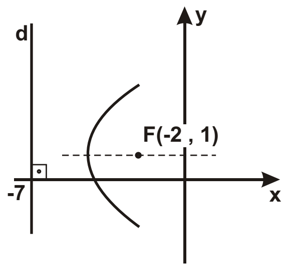
($V(x_V , y_V)$ são as coordenadas do vértice e p é o parâmetro (distância entre o foco e a diretriz))

EXERCÍCIO 04 - Determinar a equação de cada parábola abaixo.

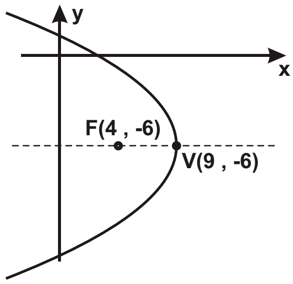
a)



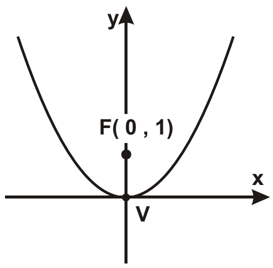
b)



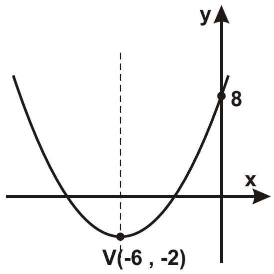
c)



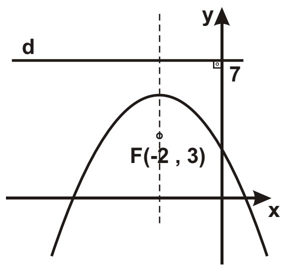
d)



e)



f)



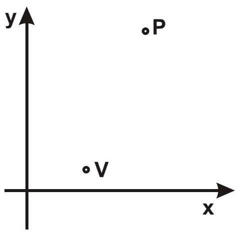
05) Determine as coordenadas do vértice e do foco, a equação da diretriz e o parâmetro da parábola de equação $(y + 1)^2 = -14(x - 3)$. Faça um esboço do gráfico dessa parábola.

06) Determine as coordenadas do vértice e do foco, a equação da diretriz e o parâmetro da parábola de equação $(x + 4)^2 = 10(y - 2)$. Faça um esboço do gráfico dessa parábola.

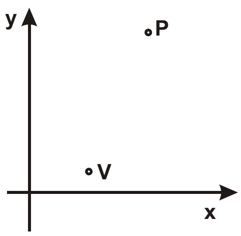
07) Determine o parâmetro, as coordenadas do vértice e a equação reduzida da parábola que tem foco $F(-1, 3)$ e diretriz (d) $y - 7 = 0$. Faça um esboço do gráfico dessa parábola.

08) Determine as equações reduzidas das parábolas que têm vértice no ponto $V(3, 1)$ e que passam pelo ponto $P(6, 7)$.

<u>1º caso</u> - eixo de simetria paralelo ao eixo y.



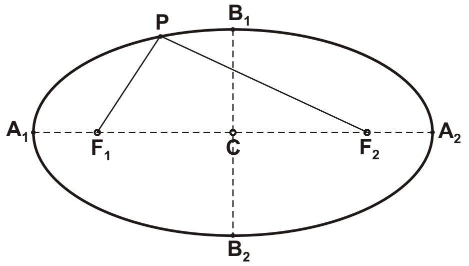
<u>2º caso</u> - eixo de simetria paralelo ao eixo x.

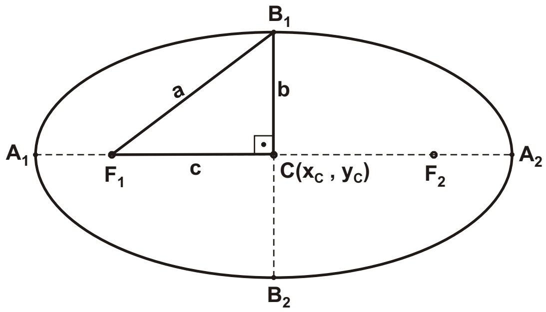


II) Elipse.

Dados dois pontos **F_1** e **F_2** (focos da elipse), denomina-se elipse o conjunto dos pontos do plano cuja soma das distâncias a esses dois pontos é a constante **2a**, maior que a distância **2c** entre esses dois pontos.

Resumindo $PF_1 + PF_2 = 2a$





Elementos da elipse.

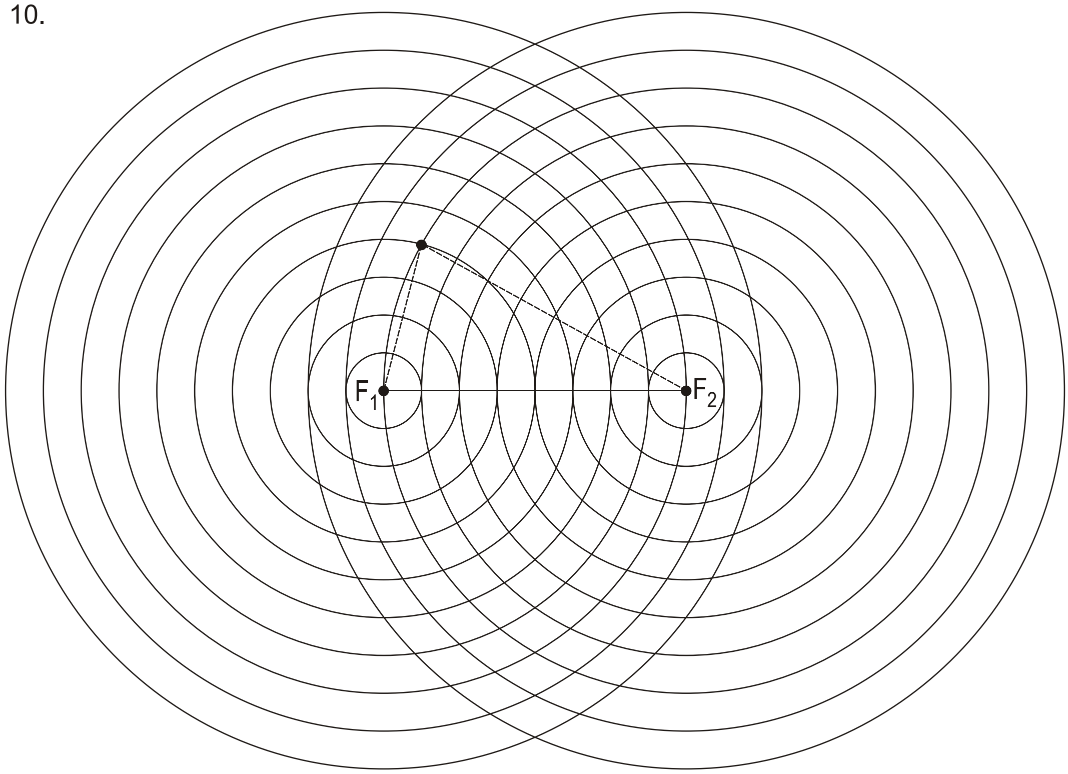
$\overline{A_1A_2} = 2a$ - eixo maior.
$\overline{B_1B_2} = 2b$ - eixo menor.
$\overline{F_1F_2} = 2c$ - distância focal.
$C(x_c , y_c)$ - centro da elipse

Relação fundamental.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$e = \frac{c}{a}$$ - excentricidade

01) Na figura abaixo, usando a definição, desenhe uma elipse impondo que a soma das distâncias de um ponto qualquer do plano aos pontos F_1 e F_2 seja igual a 12. (supor os círculos com raios iguais a 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.

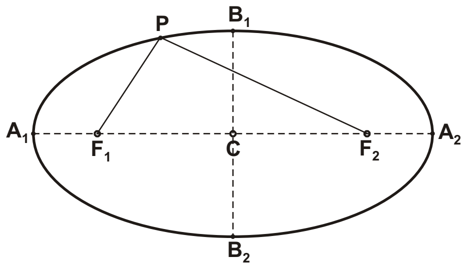


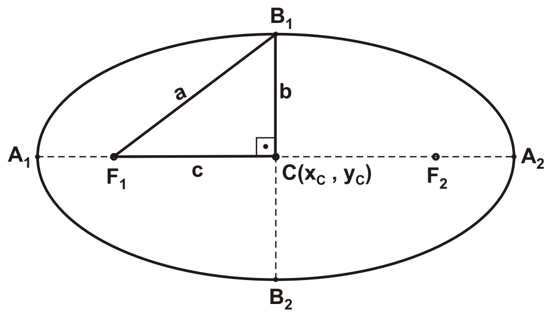
02) Determinar o conjunto dos pontos do plano cuja soma das distâncias aos pontos $F_1(-2 , -7)$ e $F_2(4 , 1)$ é 12.

II) Elipse.

Dados dois pontos **F_1** e **F_2** (focos da elipse), denomina-se elipse o conjunto dos pontos do plano cuja soma das distâncias a esses dois pontos é a constante **2a**, maior que a distância **2c** entre esses dois pontos.

Resumindo $PF_1 + PF_2 = 2a$





Elementos da elipse.

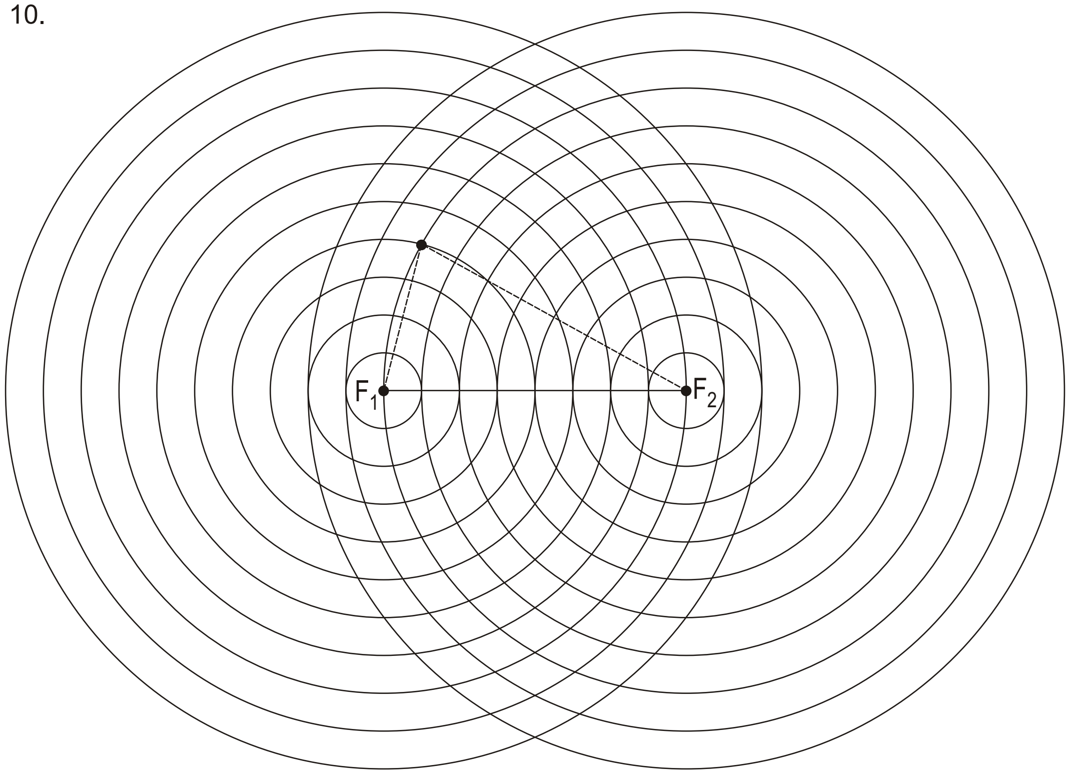
$\overline{A_1A_2} = 2a$ - eixo maior.
$\overline{B_1B_2} = 2b$ - eixo menor.
$\overline{F_1F_2} = 2c$ - distância focal.
$C(x_c , y_c)$ - centro da elipse

Relação fundamental.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$e = \frac{c}{a}$$ **- excentricidade**

01) Na figura abaixo, usando a definição, desenhe uma elipse impondo que a soma das distâncias de um ponto qualquer do plano aos pontos F_1 e F_2 seja igual a 12. (supor os círculos com raios iguais a 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10.

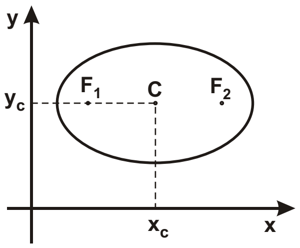


02) Determinar o conjunto dos pontos do plano cuja soma das distâncias aos pontos $F_1(-2 , -7)$ e $F_2(4 , 1)$ é 12.

Jeca

Equações reduzidas das elipses com eixos paralelos aos eixos coordenados.

Eixo maior paralelo ao eixo x.

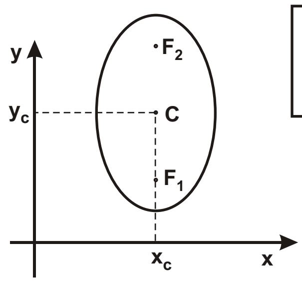


$$\frac{(x - x_c)^2}{a^2} + \frac{(y - y_c)^2}{b^2} = 1$$

$F_1(x_c - c\ ,\ y_c)$

$F_2(x_c + c\ ,\ y_c)$

Eixo maior paralelo ao eixo y.



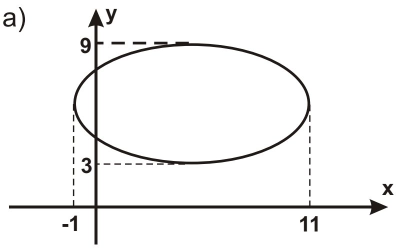
$$\frac{(x - x_c)^2}{b^2} + \frac{(y - y_c)^2}{a^2} = 1$$

$F_1(x_c\ ,\ y_c - c)$

$F_2(x_c\ ,\ y_c + c)$

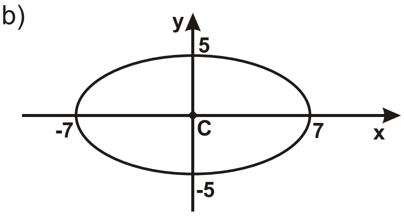
03) Determinar a equação reduzida, os focos, o centro, o eixo maior, o eixo menor, a distância focal e também a excentricidade de cada elipse abaixo.

a)



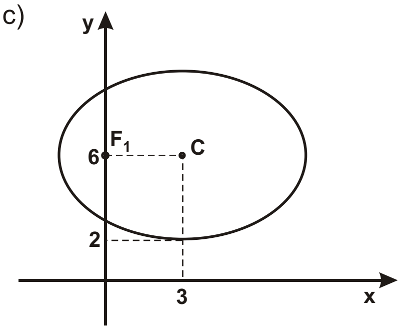
C(,)	F_1(,)	F_2(,)	
2a =	2b =	2c =	e =

b)



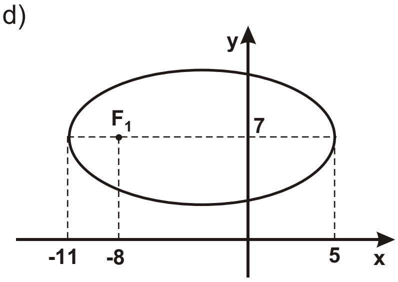
C(,)	F_1(,)	F_2(,)	
2a =	2b =	2c =	e =

c)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)	
2a =	2b =	2c =	e =

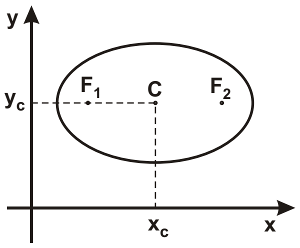
d)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)	
2a =	2b =	2c =	e =

Equações reduzidas das elipses com eixos paralelos aos eixos coordenados.

Eixo maior paralelo ao eixo x.

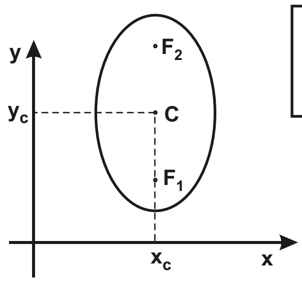


$$\frac{(x - x_c)^2}{a^2} + \frac{(y - y_c)^2}{b^2} = 1$$

$F_1(x_c - c \ , \ y_c)$

$F_2(x_c + c \ , \ y_c)$

Eixo maior paralelo ao eixo y.



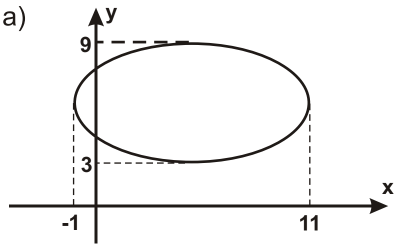
$$\frac{(x - x_c)^2}{b^2} + \frac{(y - y_c)^2}{a^2} = 1$$

$F_1(x_c \ , \ y_c - c)$

$F_2(x_c \ , \ y_c + c)$

03) Determinar a equação reduzida, os focos, o centro, o eixo maior, o eixo menor, a distância focal e também a excentricidade de cada elipse abaixo.

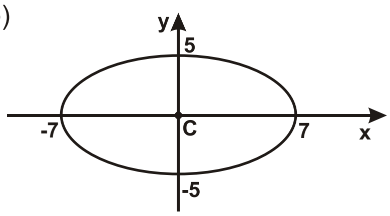
a)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)

2a =	2b =	2c =	e =

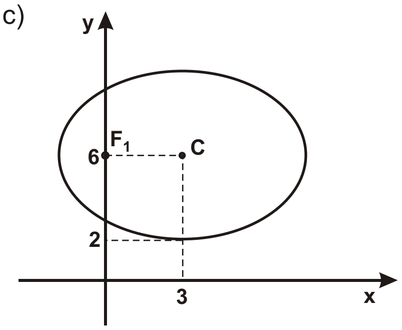
b)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)

2a =	2b =	2c =	e =

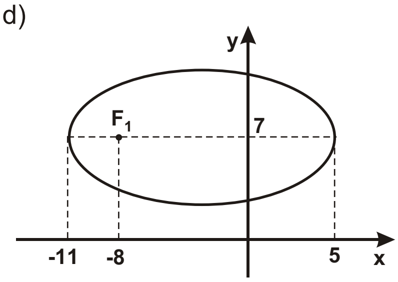
c)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)

2a =	2b =	2c =	e =

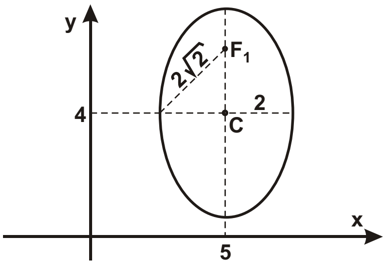
d)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)

2a =	2b =	2c =	e =

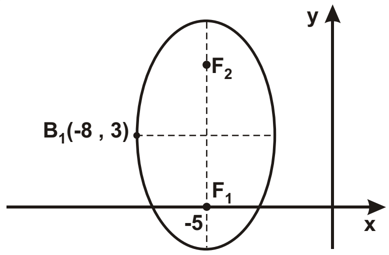
e)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)

2a =	2b =	2c =	e =

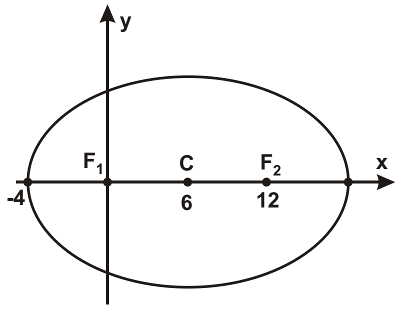
f)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)

2a =	2b =	2c =	e =

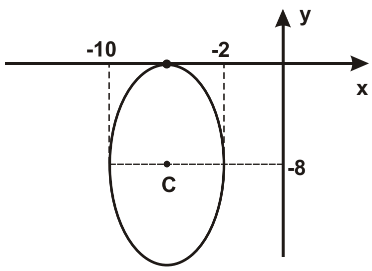
g)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)

2a =	2b =	2c =	e =

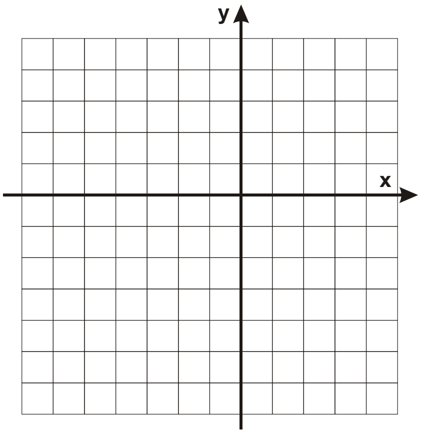
h)



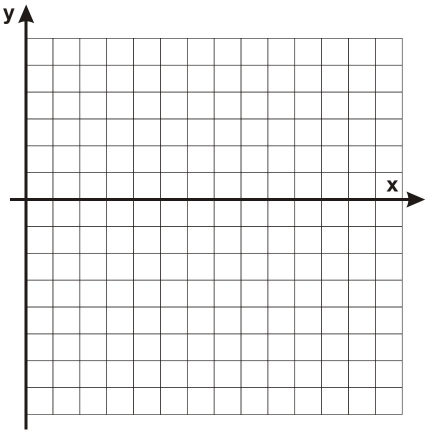
C(,)	F_1(,)	F_2(,)

2a =	2b =	2c =	e =

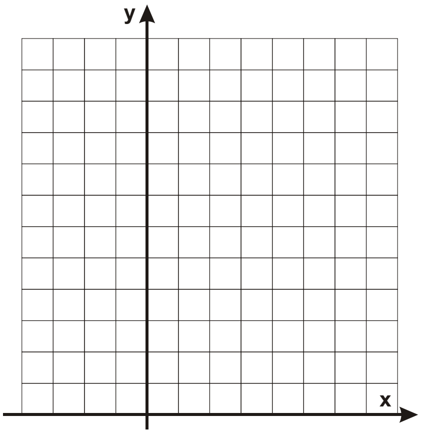
04) Determine a distância focal, o eixo maior, o eixo menor, as coordenadas do centro e a equação reduzida da elipse de excentricidade 0,5 e focos (-4 , -1) e (2 , -1). Faça um esboço do gráfico da elipse.



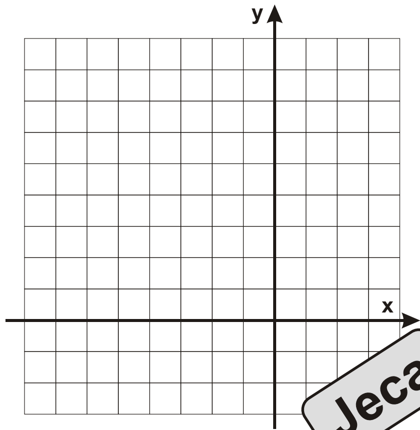
05) Determine a distância focal, o eixo maior, o eixo menor, as coordenadas do centro e a excentricidade da elipse de equação reduzida $\frac{(x-8)^2}{16} + \frac{(y+1)^2}{36} = 1$. Faça um esboço da elipse.



06) Determine o eixo maior, o eixo menor, as coordenadas do centro e dos focos e a excentricidade da elipse de equação $9(x-2)^2 + 25(y-6)^2 = 225$. Faça um esboço do gráfico da elipse.



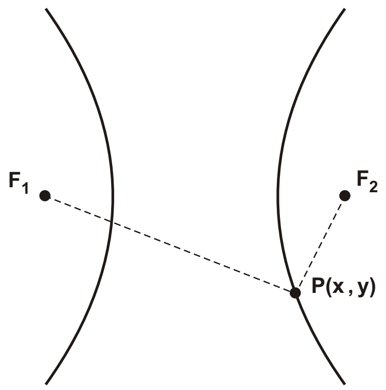
07) Sendo $A_1(-1 , 9)$ e $A_2(-1 , -3)$ as extremidades do eixo maior e $B_1(-4 , 3)$ e $B_2(2 , 3)$ as extremidades do eixo menor de uma elipse, faça um esboço do gráfico da mesma e determine as coordenadas do centro, a distância focal, o eixo maior, o eixo menor, as coordenadas dos focos, a excentricidade e a equação reduzida dessa elipse.

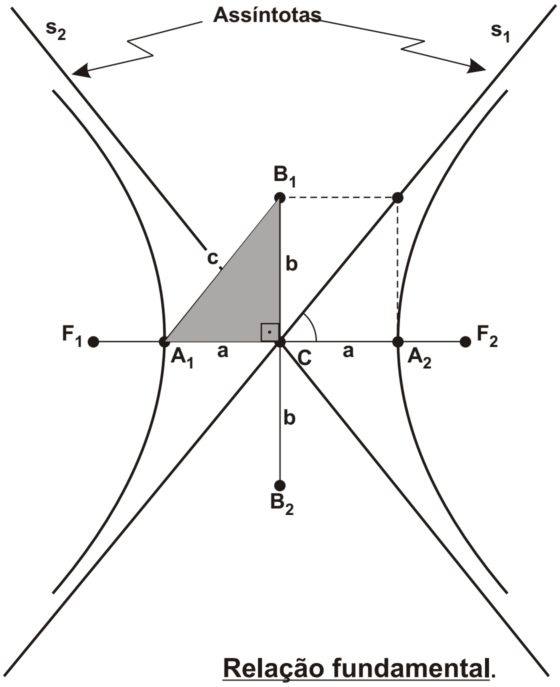


III) Hipérbole.

Dados dois pontos F_1 e F_2 (focos da hipérbole), denomina-se hipérbole o conjunto dos pontos do plano cujo módulo da diferença das distâncias a esses dois pontos é a constante **2a**, menor que a distância **2c** entre esses dois pontos.

Resumindo $|PF_1 - PF_2| = 2a$





Elementos da hipérbole

$A_1A_2 = 2a$ - eixo real.
$B_1B_2 = 2b$ - eixo imaginário.
F_1 e F_2 - focos da hipérbole.
$F_1F_2 = 2c$ - distância focal.
$C(x_C , y_C)$ - centro da hipérbole.

Coeficiente angular das assíntotas.

$$m_{s_1} = \frac{b}{a}$$

$$m_{s_2} = \frac{-b}{a}$$

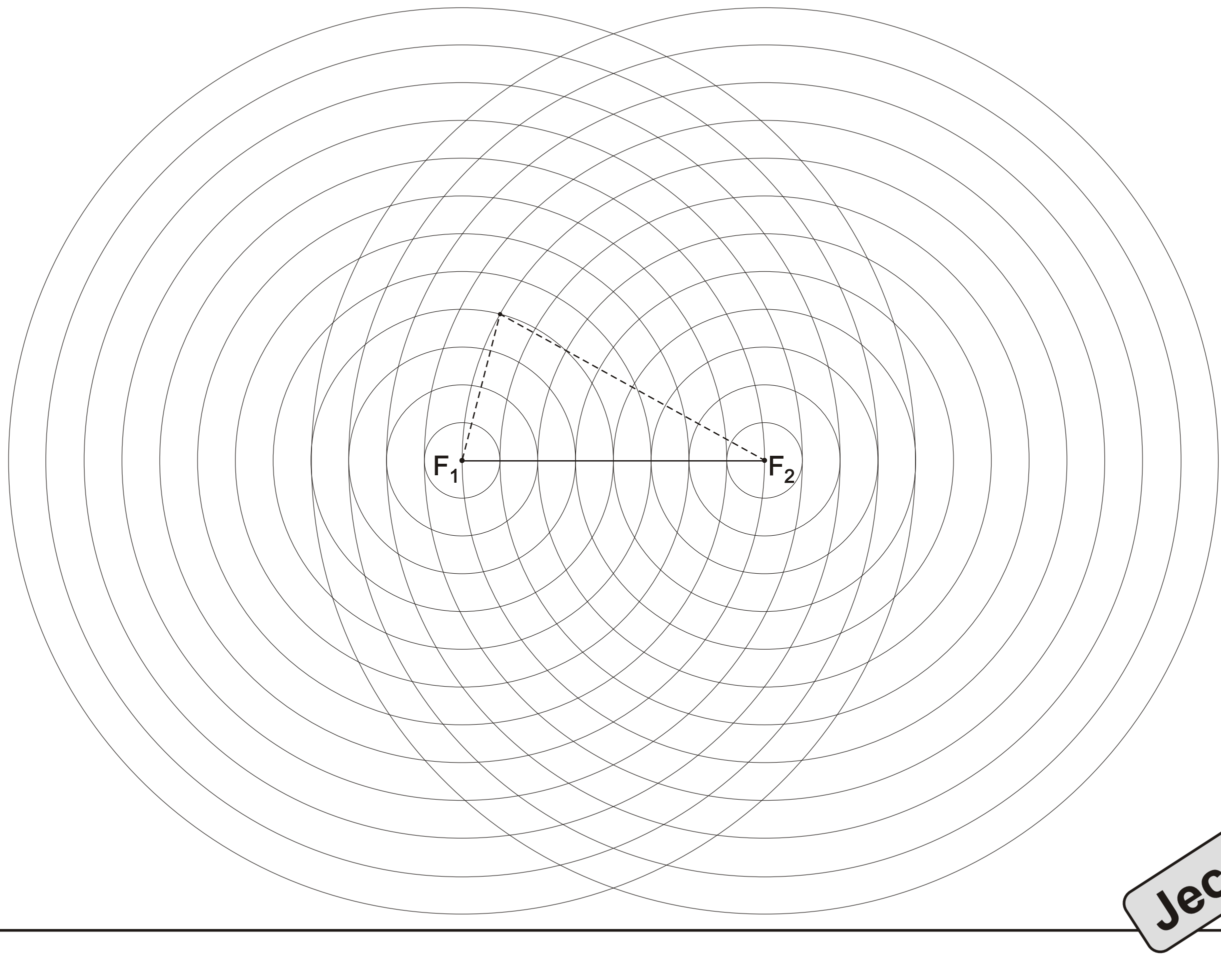
Relação fundamental.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

Excentricidade.

$$e = \frac{c}{a}$$

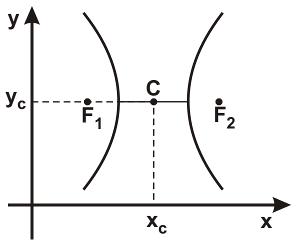
01) Na figura abaixo, usando a definição, desenhe uma hipérbole impondo que o módulo da diferença das distâncias de um ponto qualquer do plano aos pontos F_1 e F_2 seja igual a 4. (supor o reticulado formado por quadrados unitários)



02) Determinar a equação que representa o conjunto dos pontos do plano cujo módulo da diferença das distâncias aos pontos A(-1 , 3) e B(4 , 7) seja 3.

<u>Equações reduzidas das hipérboles com eixo real paralelo aos eixos coordenados.</u>

<u>Eixo real paralelo ao eixo x.</u>

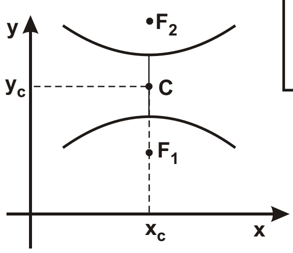


$$\boxed{\frac{(x - x_c)^2}{a^2} - \frac{(y - y_c)^2}{b^2} = 1}$$

$F_1(x_c - c\ ,\ y_c)$

$F_2(x_c + c\ ,\ y_c)$

<u>Eixo real paralelo ao eixo y.</u>



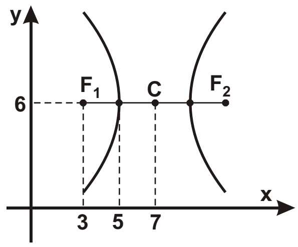
$$\boxed{\frac{(y - y_c)^2}{a^2} - \frac{(x - x_c)^2}{b^2} = 1}$$

$F_1(x_c\ ,\ y_c - c)$

$F_2(x_c\ ,\ y_c + c)$

03) Determinar a equação reduzida, os focos, o centro, o eixo real, o eixo imaginário, a distância focal e também a excentricidade de cada hipérbole abaixo.

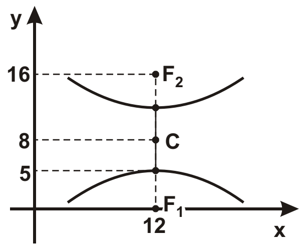
a)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)

2a =	2b =	2c =	e =

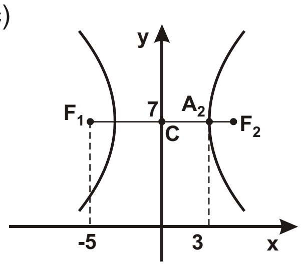
b)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)

2a =	2b =	2c =	e =

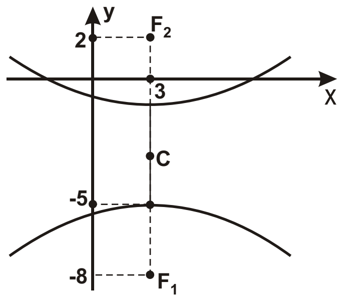
c)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)

2a =	2b =	2c =	e =

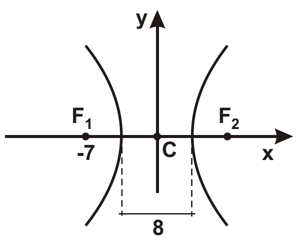
d)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)

2a =	2b =	2c =	e =

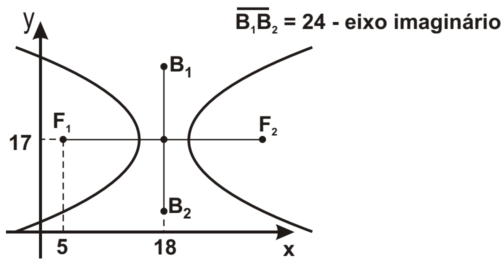
e)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)

2a =	2b =	2c =	e =

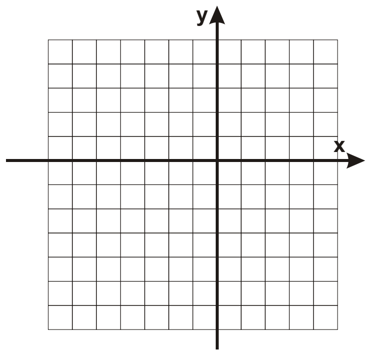
f)



C(,)	F_1(,)	F_2(,)

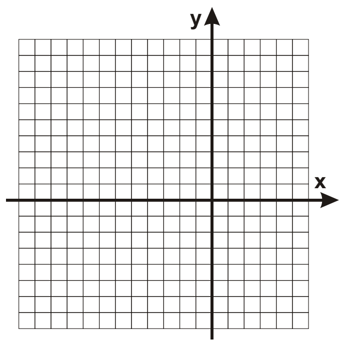
2a =	2b =	2c =	e =

04) Determine a distância focal, o eixo real, o eixo imaginário, as coordenadas do centro e a equação reduzida da hipérbole de excentricidade 2 e focos (-4 , -1) e (2 , -1). Faça um esboço do gráfico da hipérbole.

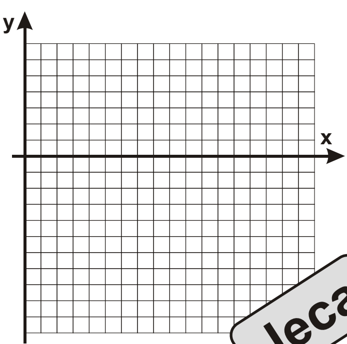


05) Determine a distância focal, o eixo real, o eixo imaginário, as coordenadas do centro e dos focos e a excentricidade da hipérbole de equação reduzida abaixo. Faça um esboço do gráfico da hipérbole.

$$\frac{(y+3)^2}{25} - \frac{(x-1)^2}{49} = 1$$



06) Sendo F(18 , -2) um dos focos da hipérbole de eixo real A_1A_2 , sendo $A_1(7 , -2)$ e $A_2(16 , -2)$, determine a distância focal, o eixo real, o eixo imaginário, a excentricidade, as coordenadas do centro e do outro foco, a equação reduzida e as equações das assíntotas da hipérbole. Faça um esboço do gráfico da hipérbole.



Estudo das cônicas - folha de respostas.

1) Parábola.

02) $4x^2 + y^2 - 80x - 110y - 4xy + 625 = 0$

03) $(y-4)^2 = 12(x-5)$

04) a) $(y-4)^2 = 12(x-5)$ b) $(y-1)^2 = 10(x+9/2)$ c) $(y+6)^2 = -20(x-9)$

d) $x^2 = 4y$ e) $(x+6)^2 = 3{,}6(y+2)$ f) $(x+2)^2 = -8(y-5)$

05) $V(3,-1)$, $F(-1/2,-1)$, (d) $x = 13/2$, $p = 7$.

06) $V(-4,2)$, $F(-4,9/2)$, (d) $y = -1/2$, $p = 5$.

07) $p = 4$, $V(-1,5)$, $(x+1)^2 = -8(y-5)$.

08) 1º caso $(x-3)^2 = (3/2)(y-1)$ 2º caso $(y-1)^2 = 12(x-3)$

2) Elipse.

02) $\sqrt{(x+2)^2 + (y+7)^2} + \sqrt{(x-4)^2 + (y-1)^2} = 12$

03) a) $C(5,6)$, $F_1(5-3\sqrt{3},6)$, $F_2(5+3\sqrt{3},6)$, $2a=12$, $2b=6$, $2c=6\sqrt{3}$, $e=\sqrt{3}/2$	$\frac{(x-5)^2}{36} + \frac{(y-6)^2}{9} = 1$
03) b) $C(0,0)$, $F_1(-2\sqrt{6},0)$, $F_2(2\sqrt{6},0)$, $2a=14$, $2b=10$, $2c=4\sqrt{6}$, $e=2\sqrt{6}/7$	$\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{25} = 1$
03) c) $C(3,6)$, $F_1(0,6)$, $F_2(6,6)$, $2a=10$, $2b=8$, $2c=6$, $e=3/5$	$\frac{(x-3)^2}{25} + \frac{(y-6)^2}{16} = 1$
03) d) $C(-3,7)$, $F_1(-8,7)$, $F_2(2,7)$, $2a=16$, $2b=2\sqrt{39}$, $2c=10$, $e=5/8$	$\frac{(x+3)^2}{64} + \frac{(y-7)^2}{39} = 1$
03) e) $C(5,4)$, $F_1(5,6)$, $F_2(5,2)$, $2a=4\sqrt{2}$, $2b=4$, $2c=4$, $e=\sqrt{2}/2$	$\frac{(x-5)^2}{4} + \frac{(y-4)^2}{8} = 1$
03) f) $C(-5,3)$, $F_1(-5,0)$, $F_2(-5,6)$, $2a=6\sqrt{2}$, $2b=6$, $2c=6$, $e=\sqrt{2}/2$	$\frac{(x+5)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{18} = 1$
03) g) $C(6,0)$, $F_1(0,0)$, $F_2(12,0)$, $2a=20$, $2b=16$, $2c=12$, $e=3/5$	$\frac{(x-6)^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$
03) h) $C(-6,-8)$, $F_1(-6,-8+4\sqrt{3})$, $F_2(-6,-8-4\sqrt{3})$, $2a=16$, $2b=8$, $2c=8\sqrt{3}$, $e=\sqrt{3}/2$	$\frac{(x+6)^2}{16} + \frac{(y+8)^2}{64} = 1$

04) $2c=6$, $2a=12$, $2b=6\sqrt{3}$, $C(-1,-1)$ $\frac{(x+1)^2}{36} + \frac{(y+1)^2}{27} = 1$	05) $2c=4\sqrt{5}$, $2a=12$, $2b=8$, $C(8,-1)$, $e=\sqrt{5}/3$
06) $2a=10$, $2b=6$, $C(2,6)$, $F_1(-2,6)$, $F_2(6,6)$, $e=4/5$	07) $C(-1,3)$, $2c=6\sqrt{3}$, $2a=12$, $2b=6$, $F_1(-1,3+3\sqrt{3})$, $F_2(-1,3-3\sqrt{3})$, $e=\sqrt{3}/2$ $\frac{(x+1)^2}{9} + \frac{(y-3)^2}{36} = 1$

3) Hipérbole.

02) $\left|\sqrt{(x+1)^2 + (y-3)^2} - \sqrt{(x-4)^2 + (y-7)^2}\right| = 3$

03) a) $C(7,6)$, $F_1(3,6)$, $F_2(11,6)$, $2a=4$, $2b=4\sqrt{3}$, $2c=8$, $e=2$	$\frac{(x-7)^2}{4} - \frac{(y-6)^2}{12} = 1$
03) b) $C(12,8)$, $F_1(12,0)$, $F_2(12,16)$, $2a=6$, $2b=2\sqrt{55}$, $2c=16$, $e=8/3$	$\frac{(y-8)^2}{9} - \frac{(x-12)^2}{55} = 1$
03) c) $C(0,7)$, $F_1(-5,7)$, $F_2(5,7)$, $2a=6$, $2b=8$, $2c=10$, $e=5/3$	$\frac{x^2}{9} - \frac{(y-7)^2}{16} = 1$
03) d) $C(3,-3)$, $F_1(3,-8)$, $F_2(3,2)$, $2a=4$, $2b=2\sqrt{21}$, $2c=10$, $e=5/2$	$\frac{(y+3)^2}{4} - \frac{(x-3)^2}{21} = 1$
03) e) $C(0,0)$, $F_1(-7,0)$, $F_2(7,0)$, $2a=8$, $2b=2\sqrt{33}$, $2c=14$, $e=7/4$	$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{33} = 1$
03) f) $C(18,17)$, $F_1(5,17)$, $F_2(31,17)$, $2a=10$, $2b=24$, $2c=26$, $e=13/5$	$\frac{(x-18)^2}{25} - \frac{(y-17)^2}{144} = 1$

04) $2c = 6$, $2a = 3$, $2b = 3\sqrt{3}$, $C(-1 , -1)$

$$\frac{(x+1)^2}{\frac{9}{4}} - \frac{(y+1)^2}{\frac{27}{4}} = 1$$

05) $2c = 2\sqrt{74}$, $2a = 10$, $2b = 14$, $C(1 , -3)$, $F_1(1 , -3 + \sqrt{74})$, $F_2(1 , -3 - \sqrt{74})$, $e = \sqrt{74}\,/\,5$

06) $2c = 13$, $2a = 9$, $2b = 2\sqrt{22}$, $e = 13/9$, $C(23/2 , -2)$, $F_2(5 , -2)$,

$$\frac{(x - 23/2)^2}{\frac{81}{4}} - \frac{(y + 2)^2}{22} = 1$$

Equações das assíntotas

$$2\sqrt{22}x - 9y - 23\sqrt{22} - 18 = 0$$

$$2\sqrt{22}x + 9y - 23\sqrt{22} + 18 = 0$$

Pedido do Jeca

Quando faço estas listas e as disponibilizo para os meus alunos, procuro não cometer erros. Entretanto erros acontecem. Por essa razão, peço a todos que façam-me um favor.
Ao encontrarem um erro de enunciado, de desenho ou de resposta, por menor que seja, mandem um e-mail para mim, especificando que lista, que exercício e qual é o erro. Dessa forma, posso corrigí-lo e melhor servir a moçada.

Obrigado.
Um abraço.

Jeca

Meu e-mail jecajeca@uol.com.br