

Matemática: REVISÃO – Funções, Equações e Números Complexos

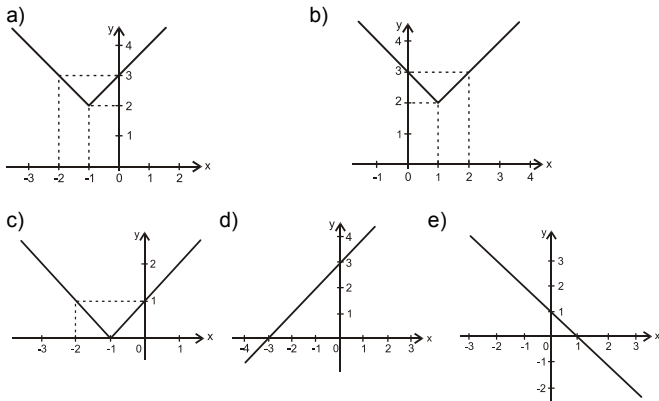
Prof. THIAGO Dutra de Araujo (thiago.dutra.araujo@usp.br)

I. Exercícios

1. (ITA 2007) Assinale a opção que indica o módulo do número complexo $1/(1 + i \cotg x)$, $x \neq k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

- a) $|\cos x|$
- b) $(1 + \sen x)/2$
- c) $\cos^2 x$
- d) $|\operatorname{cosec} x|$
- e) $|\sen x|$

2. (UDESC 2009) A alternativa que representa o gráfico da função $f(x) = |x + 1| + 2$ é:



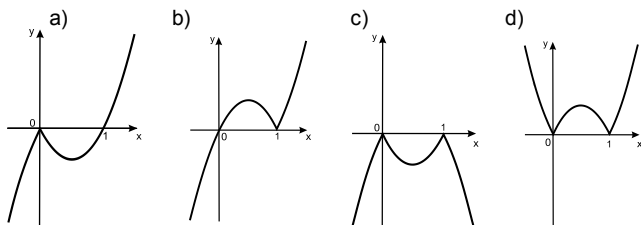
3. (MACK 2010) Se $y = 2x$, sendo $x = \frac{1+i}{1-i}$ e $i = \sqrt{-1}$, o valor de

$(x + y)^2$ é

- a) $9i$
- b) $-9 + i$
- c) -9
- d) 9
- e) $9 - i$

4. (UFMG 2010) Considere a função $f(x) = x|1 - x|$.

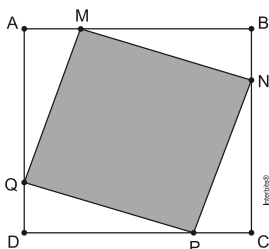
Assinale a alternativa em que o gráfico dessa função está CORRETO.



5. (UFRS 2010) O menor número inteiro positivo n para o qual a parte imaginária do número complexo $(\cos \frac{\pi}{8} + i \cdot \sen \frac{\pi}{8})^n$ é negativa

- a) 3.
- b) 4.
- c) 6.
- d) 8.
- e) 9.

6. (UFF 2010) A figura a seguir representa um quadrado MNPQ inscrito no quadrado ABCD cuja área mede 16 cm^2 .



Determine:

- a) as medidas de AM e MB para que a área do quadrado MNPQ seja igual a 9 cm^2 ;
- b) as medidas de AM e MB para que a área do quadrado MNPQ seja a menor possível.

7. (FGV 2010) A Lei de Execução Penal brasileira nº 7.210, de 1984, em seu Art. 126, parágrafo 1º, diz que o condenado que cumpre pena em regime fechado ou semifechado poderá remir, pelo trabalho, parte do tempo de execução da pena. Essa lei determina que a contagem do tempo será feita à razão de 1 (um) dia de pena por 3 (três) de trabalho, o que significa que, a cada três dias trabalhados, o condenado terá direito a redução de 1 dia em sua pena. Sem considerar os anos bissextos, responda às questões seguintes:

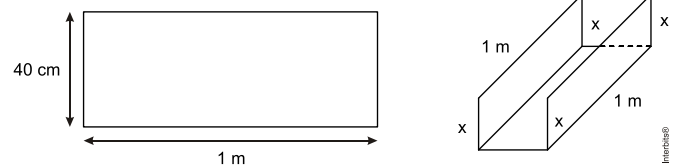
- a) Se um réu for condenado a 8 anos de prisão e trabalhar por 3 anos, quanto tempo permanecerá na prisão?
- b) Sabendo que um réu foi condenado a uma pena de 11 anos e que ele trabalhará todos os dias em que permanecer na prisão, sua pena será reduzida para quantos dias?
- c) Considere um réu condenado a uma pena P, que trabalha a metade do tempo, em dias, que estiver preso. Encontre uma expressão matemática que determine o tempo que o réu permanecerá na prisão, em função de P.

8. (FGV 2010) Em 1545, o italiano Girolamo Cardano (1501-1576) publicou o seu mais importante livro *A grande arte*, e tão orgulhoso ficou que, no final, escreveu a frase: "Escrito em cinco anos, pode durar muitos milhares". No livro, um problema aparentemente simples começou a aprofundar a discussão sobre um novo tipo de número, ainda desconhecido na Matemática: "Dividir 10 em duas parcelas tais que o seu produto seja 40".

- a) Determine as duas parcelas e expresse-as na forma $a + bi$, em que a, b são números reais e $i^2 = -1$.
- b) Expresse as duas parcelas do item a) na forma de pares ordenados (a, b) e represente-os graficamente no plano cartesiano.
- c) Calcule, na forma decimal aproximada, a área do triângulo cujos vértices são os dois pares ordenados do item b) e a origem.

Se precisar, use as aproximações: $\sqrt{3} = 1,7$; $\sqrt{5} = 2,2$.

10. (UFPR 2010) Uma calha será construída a partir de folhas metálicas em formato retangular, cada uma medindo 1 m por 40 cm. Fazendo-se duas dobras de largura x , paralelas ao lado maior de uma dessas folhas, obtém-se três faces de um bloco retangular, como mostra a figura da direita.



- a) Obtenha uma expressão para o volume desse bloco retangular em termos de x .
- b) Para qual valor de x o volume desse bloco retangular será máximo?

11. (UFU 2010) Dada a função real de variável real, $f(x) = ax^2 + bx + c$, em que a, b e c são números reais, o gráfico desta função corresponde a uma parábola P.

Sabendo que:

- a) Os pontos de coordenadas cartesianas $(1, 15)$ e $(3, 9)$ pertencem à parábola P.
- b) Os números a, b e c , nesta ordem, formam uma progressão aritmética.

Determine todos os valores da variável x que sejam números inteiros e de forma que a imagem de cada um desses valores, $f(x)$, seja um número positivo.

12. (ESPM 2010) No plano cartesiano, uma reta de coeficiente angular 1 intercepta a parábola de equação $y = x^2 - 2x + 4$ nos pontos A e V , sendo V o vértice da mesma. O comprimento do segmento AV é igual a:

- a) 1. b) 2. c) $\sqrt{5}$. d) $\sqrt{3}$. e) $\sqrt{2}$.

13. (UECE 2010) No plano complexo, o número $z = 2 - 3i$ é o centro de um quadrado e $w = 5 - 5i$ é um de seus vértices. O vértice do quadrado não consecutivo a w é o número complexo

- a) $2 - 2i$. b) $1 - i$. c) $-1 - i$. d) $-2 - 2i$.

14. (UFPR 2010) Resolvendo a equação biquadrada $6x^4 - 5x^2 + 1 = 0$, obtém-se:

a) $S = \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$ b) $S = \left\{ -\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2} \right\}$

c) $S = \left\{ -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right\}$ d) $S = \left\{ -\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{5}}{2} \right\}$

e) $S = \left\{ -\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right\}$

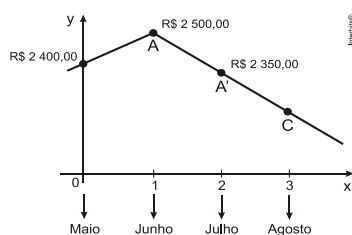
15. (FGV 2011) Uma pequena empresa fabrica camisas de um único modelo e as vende por R\$ 80,00 a unidade. Devido ao aluguel e a outras despesas fixas que não dependem da quantidade produzida, a empresa tem um custo fixo anual de R\$ 96 000,00. Além do custo fixo, a empresa tem que arcar com custos que dependem da quantidade produzida, chamados custos variáveis, tais como matéria-prima, por exemplo; o custo variável por camisa é R\$ 40,00.

Em 2009, a empresa lucrou R\$ 60 000,00. Para dobrar o lucro em 2010, em relação ao lucro de 2009, a quantidade vendida em 2010 terá de ser $x\%$ maior que a de 2009. O valor mais próximo de x é:

- a) 120. b) 100. c) 80. d) 60. e) 40.

16. (FGV 2011) O gráfico no plano cartesiano expressa a alta dos preços médios de televisores de tela plana e alta definição, do modelo "LCD, full HD, 32 polegadas", antes da Copa do Mundo na África do Sul e sua queda após o início. Os pontos A , A' e C são colineares.

Demonstre que o preço médio desse modelo em agosto de 2010 foi 8,3 % menor, aproximadamente, que o preço médio do mesmo modelo em maio de 2010.



17. (FGV 2011) Ao tentar encontrar a intersecção do gráfico de uma função quadrática com o eixo x , um aluno encontrou as soluções: $2 + i$ e $2 - i$. Quais são as coordenadas do vértice da parábola? Sabe-se que a curva intercepta o eixo y no ponto $(0,5)$.

18. (FGV 2011)

a) Demonstre que as duas equações abaixo são identidades.

1ª) $(x + y)^2 - 2xy = x^2 + y^2$

2ª) $(x + y) \cdot [(x + y)^2 - 3xy] = x^3 + y^3$

b) Um cavalheiro, tentando pôr à prova a inteligência de um aritmético muito falante, propôs-lhe o seguinte problema: "Eu tenho, em ambas as mãos, 8 moedas no total. Mas, se eu conto o que tenho em cada mão, os quadrados do que tenho em cada mão, os cubos do que tenho em cada mão, a soma disso tudo é o número 194. Quantas moedas tenho em cada mão?"

Mesmo que você resolva o problema por substituição e tentativa, faça o que é pedido no item c).

c) Expresse o problema mediante um sistema de duas equações com duas variáveis.

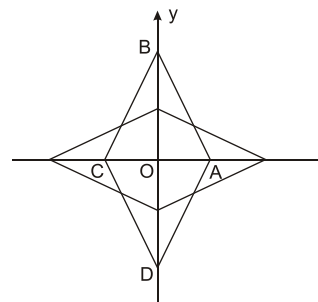
Resolva o sistema de equações usando, se julgar conveniente, as identidades do item a).

19. (FGV 2011)

a) Calcule a área do losango $ABCD$ cujos vértices são os afixos dos números complexos: $3, 6i, -3$ e $-6i$, respectivamente.

b) Quais são as coordenadas dos vértices do losango $A'B'C'D'$ que se obtém girando 90° o losango $ABCD$, em torno da origem do plano cartesiano, no sentido anti-horário?

c) Por qual número devemos multiplicar o número complexo cujo afixo é o ponto B para obter o número complexo cujo afixo é o ponto B' ?



20. (ENEM 2010) O Salto Triplo é uma modalidade do atletismo em que o atleta dá um salto em um só pé, uma passada e um salto, nessa ordem. Sendo que o salto com impulsão em um só pé será feito de modo que o atleta caia primeiro sobre o mesmo pé que deu a impulsão; na passada ele cairá com o outro pé, do qual o salto é realizado.

Disponível em: www.cbat.org.br (adaptado).

Um atleta da modalidade Salto Triplo, depois de estudar seus movimentos, percebeu que, do segundo para o primeiro salto, o alcance diminuía em 1,2 m, e, do terceiro para o segundo salto, o alcance diminuía 1,5 m. Querendo atingir a meta de 17,4 m nessa prova e considerando os seus estudos, a distância alcançada no primeiro salto teria de estar entre

- a) 4,0 m e 5,0 m.
b) 5,0 m e 6,0 m.
c) 6,0 m e 7,0 m.
d) 7,0 m e 8,0 m.
e) 8,0 m e 9,0 m.

21. (ITA 2011) A soma de todas as soluções da equação $z^2 + |z|^2 + iz - 1 = 0$ é igual a

- a) 2. b) $\frac{i}{2}$. c) 0. d) $-\frac{1}{2}$. e) $-2i$.

22. (ITA 2011) O produto das raízes reais da equação $|x^2 - 3x + 2| = |2x - 3|$ é igual a

- a) -5. b) -1. c) 1. d) 2. e) 5.

23. (FUVEST 2011) No plano cartesiano, considere a parábola P de equação $y = -4x^2 + 8x + 12$ e a reta r de equação $y = 3x + 6$. Determine:

- a) Os pontos A e B , de intersecção da parábola P com o eixo coordenado x , bem como o vértice V da parábola P .
b) O ponto C , de abscissa positiva, que pertence à intersecção de P com a reta r .
c) A área do quadrilátero de vértices A, B, C e V .

24. (IFSP 2011) Sendo i a unidade imaginária, considere os números complexos $z = 1 + i$ e $w = z^2 - z$. Um argumento de w é

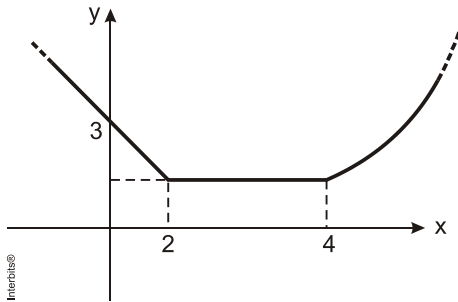
- a) $\frac{\pi}{3}$. b) $\frac{\pi}{2}$. c) $\frac{2\pi}{3}$. d) $\frac{3\pi}{4}$. e) $\frac{5\pi}{4}$.

25. No conjunto R dos números reais, qual será o conjunto solução da

equação $\frac{\sqrt{3}}{x^2 - 1} = \frac{\sqrt{3}}{2x - 2} - \frac{\sqrt{3}}{2x + 2}$?

- a) R b) $R - \{-1; 1\}$ c) $R - \{-1, -1\}$ d) $R - \{-1; +1\}$ e) $R - \{-1, -1\}$

26. (ESPM 2011) A figura abaixo representa o gráfico cartesiano da função $f(x)$.



Sabendo-se que $f(1) = 2$, o valor de $f[f(\pi)]$

- a) 1 b) $\frac{3}{2}$ c) $\frac{3}{4}$ d) 2 e) $\frac{5}{2}$

27. (ESPM 2011) Define-se $\max(a,b) = a$, se $a \geq b$ e $\max(a,b) = b$, se $b \geq a$. A soma dos valores de x , para os quais se tem $\max(x^2 - 2x + 2; 1 + x^2) = 50$, é igual a:

- a) 1. b) 0. c) 2. d) -13. e) 15.

28. (UFSM 2011) Em uma determinada região do mar, foi contabilizado um total de 340 mil animais, entre lontras marinhas, ouriços do mar e lagostas. Verificou-se que o número de lontras era o triplo do de ouriços e que o número de lagostas excedia em 20 mil unidades o total de lontras e ouriços. Pode-se dizer que o número de ouriços dessa região é

- a) 30 mil. b) 35 mil. c) 40 mil. d) 45 mil. e) 50 mil.

29. (IFCE 2011) Sabendo-se que a expressão $ax^2 + bx + c$, onde a , b e c são números reais, é positiva, para qualquer x real, é correto afirmar-se que

- a) $a > 0$ e $b^2 > 4ac$.
 b) $a > 0$ e $b^2 < 4ac$.
 c) $a < 0$ e $b^2 > 4ac$.
 d) $a < 0$ e $b^2 < 4ac$.
 e) $a < 0$ e $b^2 \leq 4ac$.

II. Gabarito

1. E
2. A
3. C
4. B
5. E
6. $AM = MB = 2$.
7. a) 7 anos.
 b) 3011 dias (aproximadamente).
 c) $6P/7$.
8. a) Se $x = 5 + \sqrt{15}i$, $y = 10 - (5 + \sqrt{15}i) \Leftrightarrow y = 5 - \sqrt{15}i$ e
 se $x = 5 - \sqrt{15}i \Leftrightarrow y = 5 + \sqrt{15}i$,
 b) As duas parcelas são os pares ordenados $(5; \sqrt{15})$ e $(5; -\sqrt{15})$
 c) 18,7.
10. a) $V = -200x^2 - 4000x$.
 b) 10 cm.
11. -1, 0, 1, 2, 3.
12. E
13. C
14. A
15. E
16. demonstração
17. $V(2,1)$.
18. a) demonstração.
 b) 5 e 3 moedas.
 c) $S = \{(3,5), (5,3)\}$
19. a) 36.
 b) $(0,3), (-6,0), (0, -3), (6,0)$.
 c) i.
20. D
21. E
22. A
23. a) $V(1,16)$
 b) $C(2,12)$
 c) 36.
24. D
25. D
26. D
27. A
28. C
29. B

This document was created with Win2PDF available at <http://www.win2pdf.com>.
The unregistered version of Win2PDF is for evaluation or non-commercial use only.
This page will not be added after purchasing Win2PDF.